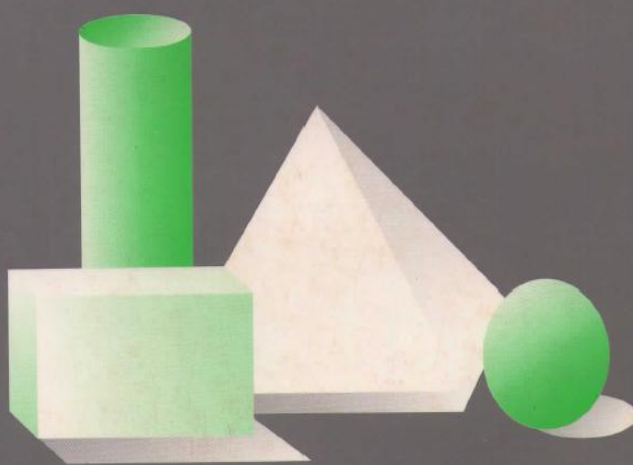
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – SÃO PAULO
COORDENADORIA DE ESTUDOS E NORMAS PEDAGÓGICAS
VITAE – APOIO À CULTURA, EDUCAÇÃO E PROMOÇÃO SOCIAL

## 8ª SÉRIE

# experiências matemáticas

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
**COORDENADORIA DE ESTUDOS E NORMAS PEDAGÓGICAS**

# EXPERIÊNCIAS MATEMÁTICAS
# 8ª série

Versão preliminar

**Elaboração:**
Célia Maria Carolino Pires
Dulce Satiko Onaga
Maria Nunes
Ruy Cesar Pietropaolo
Suzana Laino Cândido
Vinício de Macedo Santos

**Colaboração:**
José Carlos F. Rodrigues

**SÃO PAULO**

**1994**

**CENP 448**

Publicação amparada pela Lei n° 5.988, de 14 de dezembro de 1973.

Distribuição gratuita

S241e SÃO PAULO( Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências matemáticas**: 8ª série. Versão preliminar. São Paulo: SE/CENP, 1994. 365p.il.

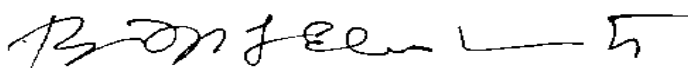
1. Ensino de 1º grau – Matemática I. Título

CENP 448 O CDU 373.3:51

Serviço de Documentação e Publicações

**Ilustrações:** José Carlos F. Rodrigues
**Capa:** Equipe Técnica de Matemática (criação)
Eduardo Martins Kebbe (execução)

**Impresso:** República Federativa do Brasil

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO - SÃO PAULO
COORDENADORIA DE ESTUDOS E NORMAS PEDAGÓGICAS
Rua João Ramalho, 1.546

05008-002 - São Paulo - SP
Telefone: 864-7432
Fax: 864-7432

Aos Professores

Quando se considera o ato de aprender como uma construção, por parte do aluno, surgem indagações sobre o que significa ensinar nessa circunstância, e qual é o papel do professor, se o protagonista processo é o próprio aluno.

O Projeto **Experiências Matemáticas** procura responder a estas expectativas contribuindo para a realização de um trabalho em sala de aula em que o aluno se engaja no processo de produção matemática.

É com essa perspectiva que a **Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas** apresenta este trabalho para apoiar a ação docente.

***Regina Maria Ferraz Elero Ivamoto***
*Coordenadora da CENP*

# Apresentação

Este material é produto do projeto Experiências Matemáticas - um trabalho integrado com professores de quinta a oitava séries do ensino fundamental - cujo desenvolvimento foi iniciado, junto à rede pública estadual de São Paulo, em 1993.

Esse projeto, elaborado por membros da Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas - CENP - e mais dois professores convidados foi apresentado à Fundação Vitae - Apoio à Cultura, Educação e Promoção Social - que, aprovando-o, responsabilizou-se pelo financiamento em 1993, da elaboração da primeira etapa das testagens e da reelaboração, cabendo à Secretaria de Estado da Educação, como contrapartida, a impressão desta versão, que será trabalhada em 2320 classes, no decorrer de 94,com a finalidade de uma avaliação mais abrangente do projeto. A capacitação dos professores aplicadores e o acompanhamento e avaliação do material em sala de aula também ocorrerá sob a responsabilidade da Equipe Técnica de Matemática da CENP que envolverá, nesse processo, Assistentes de Apoio Pedagógico, Diretores de Escola e Supervisores de Ensino.

É importante ressaltar que o desenvolvimento desse projeto foi motivado, essencialmente, pelos resultados do trabalho com as **"Atividades Matemáticas",** conjunto de sugestões destinadas aos professores de Ciclo Básico, terceira e quarta séries que, segundo depoimentos de professores e

especialistas da área, têm contribuído para a renovação do ensino de Matemática não apenas na rede pública estadual paulista, nas escolas municipais, particulares e mesmo, em outros estados brasileiros.

Nos últimos anos, inúmeras solicitações foram feitas no sentido de que déssemos continuidade ao trabalho, estendendo-o às séries finais do ensino fundamental, inclusive para atender aos alunos que, acostumados a aulas mais dinâmicas, a participarem ativamente da construção do conhecimento, a questionarem os porquês das regras matemáticas, das técnicas, das convenções adotadas etc., não aceitavam as aulas tradicionais e o papel de meros espectadores.

Os objetivos de um projeto, evidentemente, só se concretizam com o empenho de muitas pessoas. Por isso, não podemos deixar de externar alguns agradecimentos:

Agradecemos à **VITAE**, por acreditar nesse trabalho e contribuir para sua viabilização, demonstrando seu compromisso com a melhoria da qualidade do ensino, num momento tão delicado por que passa a educação brasileira.

Agradecemos aos colegas Conceição Aparecida Tavares Bongiovanni e José Carlos Fernandes Rodrigues por sua colaboração no desenvolvimento do projeto.

Agradecemos aos Assistentes de Apoio Pedagógico das Delegacias de Ensino que colaboraram com crítica e sugestões e, especialmente, aos das Delegacias de Ensino que participaram da primeira etapa das testagens:

- Iara Aparecida Siqueira - DE de Catanduva/DRE São José do Rio Preto
- Luiza Mieko Terezinha Lôbo – 1ª DE Guarulhos/DRE Norte
- Maria Aparecida de Jesus Ortigosa - DE de Garça/DRE de Marília
- Maria José Merlin Benedetti – 1ª DE de São Bernardo do Campo/DRE Sul.

Agradecemos aos Professores Aplicadores que testaram o material e

que contribuíram de forma significativa para o projeto, mostrando o compromisso do educador com o aperfeiçoamento necessário e constante de seu trabalho:

- Antonio Marcos Torres, Francisco Fernando Bidoia, Marilda da Silva Lopes Flores, Sandra Helena Siqueira, de escolas da DE de Catanduva.
- Álvaro Torres Galindo, Eunyce Cagniatti Gallina, Fábio Roquini, Manuel da Costa Fernandes, de escolas da 1ª DE de Guarulhos.
- Geni Segura Athayde, Maria de Fátima Vieira Grandizoli Moura, Odete Guirro de Paula, Wilma Mutuco Tagami, de escolas da DE de Garça.
- Cecília Maria da Silva Gomes, Cleonice Garcia Martins, Marlene Basileu da Silva Rodrigues, Vanda Lopes de Araujo, de escolas da DE de São Bernardo do Campo.

Finalmente, gostaríamos de convidar a todos os professores de Matemática, especialmente aos da rede estadual a ler, debater, criticar as sugestões de trabalho contidas nesta publicação para que elas possam ser aperfeiçoadas.

**Equipe de elaboração**

**SUMÁRIO**

# PREFÁCIO

No presente trabalho levamos em conta, em primeiro lugar, que no ensino fundamental a matemática é necessária ao aluno como ferramenta básica para que ele possa resolver situações da vida diária, compreender o próprio ambiente para comunicar ideias e mesmo para entender melhor assuntos de outras áreas. Por isso, as atividades têm seus objetivos centrados na aquisição de certas competências básicas necessárias aos futuros cidadãos e não apenas na preparação para estudos posteriores.

Esta postura nos levou a procurar um caminho de construção da Matemática que pode ser assim esquematizado:

- relacionar observações do mundo real a representações ( tabelas, figuras, esquemas );
- relacionar estas representações a uma atividade matemática e a conceitos.

Esse caminho, permite construir a Matemática a partir de problemas encontrados nas outras disciplinas e, em contrapartida, utilizar os conhecimentos matemáticos em diferentes especialidades.

Com tais preocupações procuramos dar atenção às atividades de construção, de desenhos, de organização de dados e, principalmente, evitamos fragmentar os conhecimentos e métodos, buscando evidenciar que cada objeto matemático não é um bloco que subsiste isoladamente e que, por

isso, não deve ser apresentado de forma exaustiva, num dado momento, mas que convém fazê-lo funcionarem novas situações, como ferramenta para novas atividades.

Desse modo, o estudo de uma noção, num dado nível, implica que ela será futuramente, e o mais frequentemente possível, integrada à própria atividade matemática.

Em segundo lugar, procuramos garantir nas atividades, oportunidades para que os alunos construam seu conhecimento trabalhando sobre problemas concretos que lhes permitam dar significado à linguagem e as ideias matemáticas.

Ou seja: a apropriação da Matemática pelo aluno não pode limitar-se ao conhecimento formal de definições, de resultados e técnicas, ou até mesmo, de demonstrações. Mas é indispensável sim, que os conhecimentos tenham significado para ele, a partir de questões que lhes são colocadas e que saiba utilizá-las para resolver problemas. Desse modo, não vemos sentido, para qualquer tema, insistir-se sobre aspectos puramente mecânicos e mnemônicos.

Isso não impede, pelo contrário, é desejável, que o professor proponha exercícios de síntese com a finalidade de organizar as conclusões, os resultados obtidos a partir de situações diversas.

Num trabalho de elaboração de sugestões de atividades como esse é impossível prever todas as variáveis intervenientes e torná-las plenamente adequadas a toda gama de situações. O papel do professor é portanto, fundamental, em todos os aspectos, seja na ordenação das atividades, seja na ampliação ou redução da abordagem de um dado assunto, seja em relação ao fato de não submeter todos os alunos ao mesmo ritmo etc.

É importante destacar que numa proposta em que os

objetivos, os conteúdos e a metodologia se redefinem, a avaliação não pode restringir-se meramente à aplicação de provas e testes, mas utilizar-se de um

amplo espectro de indicadores. Eles podem incluir a observação do aluno quando trabalha individualmente e seu posicionamento frente a um grupo; seu desempenho quando realiza provas com consultas mostrando competência para buscar as informações que interessam e também quando realiza provas em que o que se pretende identificar é o nível de sistematização e de assimilação de um dado conceito.

Com relação ao temário, ele segue as diretrizes contidas na Proposta Curricular para o ensino de Matemática no 1º grau, ou seja, organiza-se em torno de três grandes eixos: NÚMEROS, MEDIDAS E GEOMETRIA. Embora em cada atividade se aborde mais especificamente um desses eixos, elas procuram integrá-los e principalmente, buscam o desenvolvimento de ideias fundamentais, como por exemplo as de proporcionalidade, equivalência, etc.

# ATIVIDADE 1: DÍZIMAS E GERATRIZES.

**OBJETIVOS:** Retomar o conceito de número racional ( representação fracionária e decima ).
Representar dízimas periódicas por frações.
Representar números racionais na reta numérica.

## PARTE 1: CONVERSANDO SOBRE NÚMEROS.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Nenhum.

**DESENVOLVIMENTO:**

Divida a classe em pequenos grupos e diga a eles que a tarefa é conversar sobre números. Eles poderão falar, por exemplo, a respeito:

- da história do número.
- do sistema de numeração decimal.
- da utilidade do numero.
- das operações com números.
- dos conjuntos numéricos.
- Etc.

Dê o tempo que julgar necessário para o desenvolvimento do tema e peça aos grupos que façam uma exposição dos aspectos da conversa que julgaram mais interessantes, suas conclusões, etc.

Durante a exposição, observe os aspectos em que os alunos apresentam mais dificuldades ou que carecem de mais informações e proponha a eles que façam um trabalho de pesquisa a respeito.

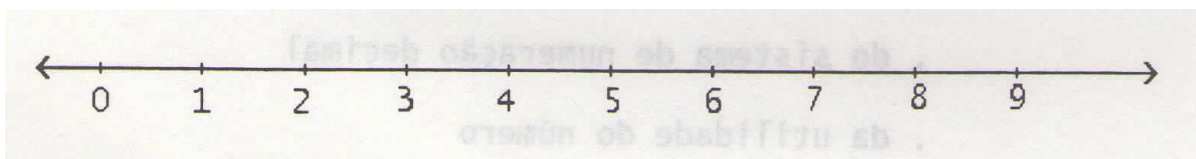
Quanto aos conjuntos numéricos, é possível que a classificação: conjunto dos números naturais, conjunto dos números inteiros e o conjunto dos números racionais ainda não esteja clara para o aluno. Assim, é necessário que um trabalho de síntese seja desenvolvido com eles a esse respeito.

Aproveitando a conversa que tiveram sobre o número, comente com eles o caminho que percorreram na aprendizagem dos números desde as séries iniciais. Deixe que comentem livremente sobre os tipos de números que já estudaram: números inteiros, fracionários, negativos, positivos, decimais, dízimas, etc.

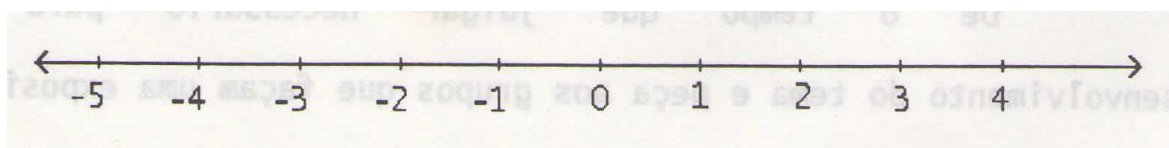
Informe-os a respeito das representações dos conjuntos numéricos que conhecem:

A. Conjunto dos números naturais.

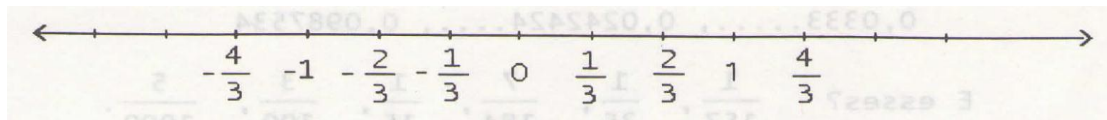
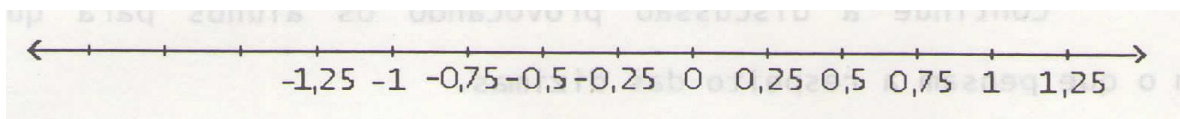
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, … }

Representação geométrica:

B. Conjunto dos números inteiros.

Z = { … - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, … }

Representação geométrica:

C. Conjunto dos números racionais.

Q = { …, -2,   , -3/2, …, -1, …, 0, …, 1/2, …, 1/4, …, }

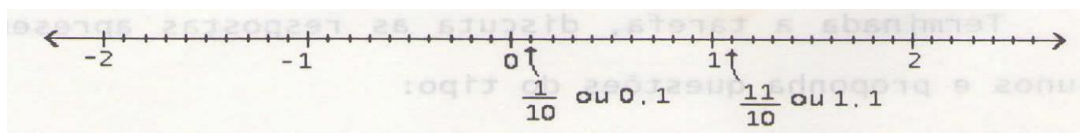
Representação geométrica:

Chame a atenção dos alunos para a relação de inclusão entre esses conjuntos. Basta que eles percebam que:

- Todo número natural, também é inteiro.
- Todo número inteiro também é racional.
- Todo número fracionário também é racional, etc.

Naturalmente os alunos devem ter percebido a dificuldade na representação do conjunto dos números racionais.

Pergunte então, se eles sabem por que devemos colocar os pontinhos entre dois números racionais. Se eles não souberem responder, faça a seguinte afirmação:

Entredois números racionais, sempre existem infinitos números racionais.

Para que possam ter uma ideia do que significa tal afirmação, coloque na lousa a reta numérica com a representação de alguns números. Por exemplo:

Peça que digam entre quais números representados na reta acima se encontram cada um dos números abaixo:

0,01, 0,001, 0,0001, …

0,09, 0,099, 0,999, …

0,0333, ….., 0,242424, …..., 0,0987534

E esses? $\frac{1}{157}$, $\frac{1}{35}$, $\frac{7}{184}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{5}{1000}$.

Continue a discussão provocando os alunos para que digam o pensam a respeito das dízimas.

São as dizimas números racionais?

Faça-os perceber que a dizima também é uma representação decimal de certas frações logo, são também números racionais.

Por exemplo: 1 = 1 : 3 = 0,333 … = $0,\overline{3}$

**PARTE 2: SEQÜÊNCIAS**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-1.

**DESENVOLVIMENTO:**

Entregue a cada aluno uma folha-tipo I-1. Peça que observem as sequências nela apresentadas, descubram alguma regularidade e tentem completar os quadrinhos fazendo apenas cálculos mentais.

Terminada a tarefa, discuta as respostas apresentadas pelos

alunos e proponha questões do tipo:

Como você descobriu os números que estavam faltando? Que cálculo você fez?

O que a sequência 3 apresenta de diferente em relação as demais?

Como você completou o 3º quadrinho da 3ª sequência? Se alguém colocou 0,9999... acertou? E se colocou o número 1?

**COMENTÁRIOS:**

Caso os alunos não tenham percebidos, faça-os perceber que nessas sequências, um número é obtido com a soma dos anteriores. Assim, na segunda sequência, o quarto quadrinho poderá ser obtido calculando:

$$0,5 + 1 + 1,5$$

Outra observação é o fato de que a diferença entre os números de dois quadrinhos vizinhos é sempre a mesma. E, chamar a atenção para o terceiro quadrinho da terceira sequência: se olharmos para a fração $\frac{3}{3}$, concluiremos, sem nenhuma dúvida, que o número decimal correspondente é o número 1. No entanto, se aplicarmos a regra observada concluiremos que o decimal correspondente deve ser o número 0,09999 … . Dessas duas conclusões verdadeiras, pode-se chegar à igualdade:

$$0,999 \ldots = 1$$

**PARTE 3: AUMENTANDO A FOLHA TIPO**.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha de papel sulfite.

**DESENVOLVIMENTO:**

Entregue a cada aluno uma folha de papel sulfite, diga a eles que essa folha é para ampliar a folha-tipo I-1. Peça que façam as próximas sequências dessa lista observando a mesma regularidade com que vinham sendo apresentadas, até a sequência 10. Para esse trabalho, poderão usar a calculadora.

Isto feito, solicita aos alunos que comentem o que observaram e a seguir, complete os comentários propondo questões como:

Compare as sequências de números 3, 6 e 9. O que elas apresentam em comum?

As frações $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{9}$ têm a mesma representação decimal, como você explicaria esse fato?

Que outras frações teriam também por representação decimal o número 0,333... ?

Todas as frações equivalentes têm a mesma representação decimal? Aponte outros exemplos ( imaginar as sequências continuando para a direita ) .

Pinte da mesma cor as frações equivalentes da tabela.

Imagine a tabela sendo ampliada para a direita e dê outros exemplos de:

- Frações equivalentes a 0,5.
- Frações equivalentes a 0,2.
- Frações equivalentes a 0,25.

Os números dos quadrinhos da sequência 7 também são dizimas? Que números são esses? Faça a divisão de 1 por 7 com lápis e papel

até a décima segunda casa decimal. E agora, o que você pode dizer a respeito desse número?

É possível a representação decimal de uma fração de denominador igual a 2ser um dizima periódica? Por quê? E de denominado igual a 4? E igual a 5? E igual a 8?

**PARTE 4: GERATRIZES**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo II-1 e III-1.

**DESENVOLVIMENTO:**

Peça aos alunos que representem na reta numérica os números:

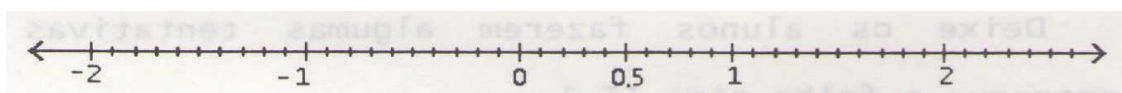
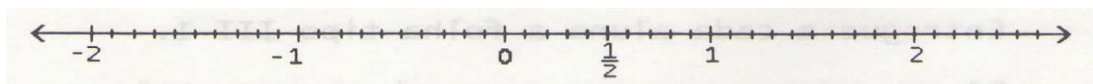
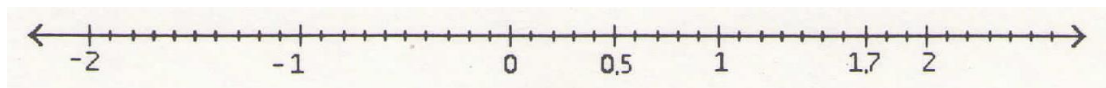
a) 0,5

b) 1,7

c) – 2,25

Durante a realização da tarefa, percorra a classe orientando tirando possíveis dúvidas.

Uma vez realizada a tarefa, comente cada exercício e as soluções apresentadas pelos alunos.

No caso do exercício a) os alunos poderão sugerir, por exemplo, que o intervalo entre os números 0 e 1 seja subdividido em 10 partes iguais para marcar cinco décimos:

Ou usando a representação fracionária de cinco décimos ou seja, a fração $\frac{1}{2}$ e, assim subdividir o intervalo em duas partes iguais:

No caso do exercício b) provavelmente a sugestão será subdividir o intervalo entre os números 1 e 2 em 10 partes iguais e marcar o ponto um inteiro e sete décimos.

No exercício c) poderão sugerir um procedimento semelhante ao usado no exercício b) ou utilizar a representação fracionária de – 2,25 ou seja, $2\,\frac{1}{4}$ .

A seguir peça que representem a dizima 0,3333 … na reta numérica. Dê um tempo para que façam algumas tentativas e que sintam a dificuldade de encontrar precisamente o ponto correspondente a esse número. É possível que alguns alunos queiram consultar as sequências apresentadas na parte 2 desta atividade, pois lá foram dadas as representações fracionárias de algumas dizimas. Caso não apareça essa sugestão, você mesmo poderá dá-la. É importante nesse momento que o aluno sinta a necessidade de, no caso das dizimas periódicas, utilizar a representação fracionária das mesmas para representá-las com maior precisão na reta numérica.

Pergunte-lhes como poderiam fazer para encontrar a representação fracionária da dízima 0,3333..., caso ela não tivesse sido dada anteriormente.

Deixe os alunos fazerem algumas tentativas e, a seguir, entregue a folha-tipo II-1.

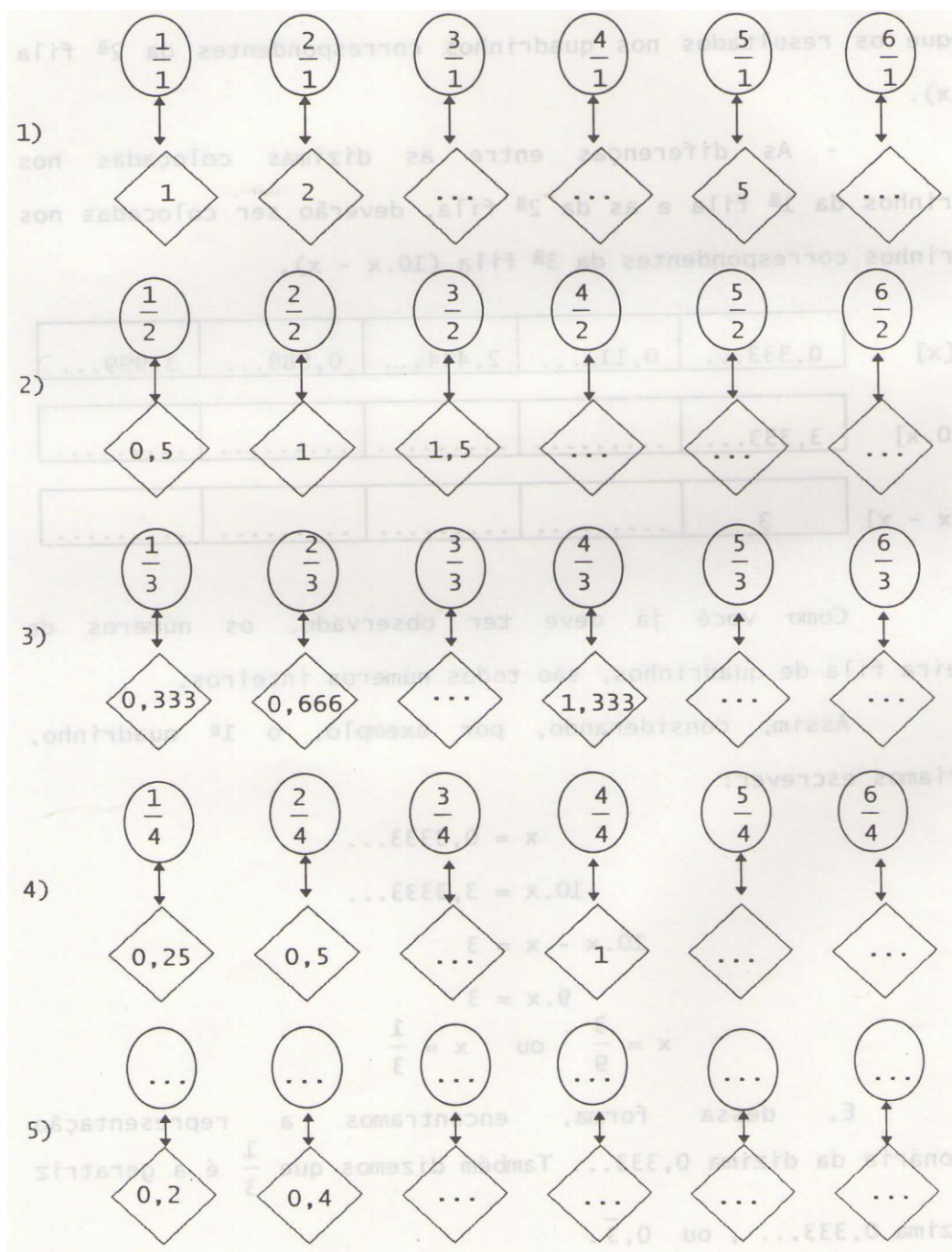
Uma vez respondidas as questões da folha-tipo II-1, comente as respostas e tire as possíveis dúvidas. Se necessário acrescente mais exercícios.

Entregue a cada aluno a folha-tipo III-1.

Dê um tempo para que respondam as questões e comente os resultados com os alunos

**FOLHA-TIPO I-1**

As sequências.

Descubra a regra de formação de cada uma das sequências abaixo e complete os números que estão faltando fazendo cálculos apenas mentalmente.

**FOLHA-TIPO II-1**

Geratrizes.

Observe as dizimas colocadas na 1ªfila ( x ) de quadrinhos abaixo.

Multiplique por 10 cada uma das dizimas da 1ª fila e coloque os resultados nos quadrinhos correspondentes da 2ª fila ( 10 . x ).

– As diferenças entre as dizimas colocadas nos quadrinhos da 1ª

fila e as da 2ª fila, deverão ser colocadas nos quadrinhos correspondentes da 3ª fila ( 10 . x – x ).

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| [x] | 0,333... | 0,111... | 2,444... | 0,888... | 3,999... |
| [10.x] | 3,333... | ......... | ......... | ......... | ......... |
| [10.x - x] | 3 | ......... | ......... | ......... | ......... |

Como você já deve ter observado, os números da terceira fila de quadrinhos, são todos números inteiros.

Assim, considerando, por exemplo,o 1º quadrinho, poderíamos escrever:

$$x = 0,3333....$$

$$10 . x = 3,3333 ....$$

$$10 . x - x = 3$$

$$9 . x = 3$$

$$x = \frac{3}{9} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{3}$$

E, dessa forma, encontramos a representação fracionária da dizima 0,333.... também dizemos que $\frac{1}{3}$ é a geratriz da dizima 0,333..., ou $0,\overline{3}$

**FOLHA-TIPO II-1**

Use o mesmo procedimento para encontrar as geratrizes ( representações fracionárias ) das outras dizimas apresentadas nos quadrinhos acima.

Represente cada uma das dizimas acima, na reta numérica.

Encontre a geratriz da dizima 0,999999....

## FOLHA-TIPO III-1

Geratrizes.

Observe o que foi feito nos quadrinhos abaixo e complete com o que está faltando:

## ATIVIDADE 2: AMPLIANDO A NOÇÃO DE NÚMERO.

**OBJETIVOS:** Resolver problemas de caráter geométrico, cujas

soluções são expressa por números irracionais.

**PARTE 1: ALGUNS NÚMEROS NA GRÉCIA ANTIGA.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-2.

**DESENVOLVIMENTO:**

A aceitação da existência e a caracterização dos números irracionais foram questões bastante complicadas no decorrer dos tempos e continuam sendo até hoje para os nossos alunos. Os matemáticos gregos, por exemplo, demoraram para superá-las por conta de seus princípios filosóficos.

Seria interessante ressaltar, nesta série a importância da Matemática grega no desenvolvimento desta Ciência no Ocidente. A própria palavra Matemática, que vem do verbo conhecer, aprender e seus derivados, na maioria das línguas europeias modernas são de origem grega.

Conte aos alunos que certas escolas filosóficas desempenharam, segundo alguns estudiosos da história grega,um papel importante na formação dos matemáticos. Dentre estas escolas, havia a de Pitágoras, cujo nome esta relacionado a relação “em todo triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos”, estudada na 7ª série.

Pitágoras foi um matemático e filósofo que se supõe tenha vivido em Cretona, uma cidade grega ao sul da Itália, onde fundou uma sociedade secreta. Os membros desta sociedade foram conhecidos por Pitagóricos. Eles acreditavam que os números eram a base da vida e que alguma coisa misteriosa estava relacionada com os números.

A filosofia pitagórica continha a ideia fundamental de que apenas pelos números e pelas formas figurativa podia o homem compreender a natureza do universo.

Atribuíam aos números, qualidades humanas como por exemplo:

Os pares eram considerados femininos e os impares masculinos.

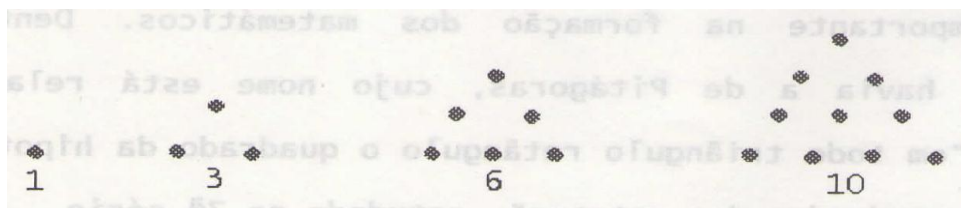
1 representava a razão,  por ser inalterável.  Não era considerado número impar,  mas a origem de todos os números.

2 representava a opinião.

4 representava a justiça,  por ser um quadrado perfeito,  isto é, o produto de dois números iguais.

5 representava o casamento,  por ser a soma do primeiro feminino( 2 ) com o primeiro masculino ( 3).

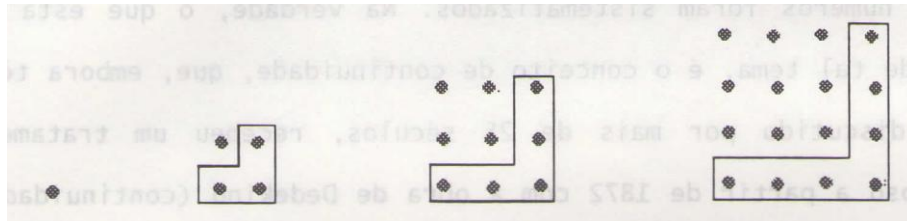
Parece que nos tempos da Grécia antiga,  os números eram representados por pontos,  através de padrões geométricos.  Exemplos:

a) Os números triangulares:

Nesta sequência dos chamado números triangulares:

- 1º número é 1.
- 2º número é 1 + 2= 3.
- 3ºnumero é 1 + 2 + 3 = 6.
- 4º número é 1 + 2 + 3 + 4 = 10.

Peça para os alunos, desta sequência:

1) desenharem o 6º e o 7º números.
2) Calcularem o 10º e 21º números.

b) Os números quadrangulares:

1     $1 + 3 = 4$     $1 + 3 + 5 = 9$     $1 + 3 + 5 + 7 = 16$

$2^2 = 4$     $3^2 = 9$     $4^2 = 16$

$1 + 3 = 4 = 2^2$ — A soma dos 2 primeiro números impares é igual ao quadrado de 2.

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$ — A soma dos 3 primeiros números impares é igual ao quadrado de 3.

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$ — A soma dos 4 primeiros números impares é igual ao quadrado de 4.

Assim, como podemos observar, a soma dos primeiros números impares consecutivos, pode ser representada pelo quadrado de um número inteiro.

Peça aos alunos para:

1) Desenharemo 5º e o 6º da sequência dos números quadrangulares:

2) Calcularem o 10º e o 21º da sequência dos números quadrangulares.

Distribua uma folha-tipo I-8 para cada aluno. Nesta atividade, estabelecendo relações com números inteiros, os alunos se defrontarão, como os pitagóricos com os números irracionais.

**COMENTÁRIOS:**

Apesar de ser muito antiga a convivência do homem com os números irracionais, somente há pouco mais de cem anos é que esses números foram sistematizados. Na verdade, o que está por trás de tal tema, é o conceito de continuidade, que, embora tenha sido discutido por mais de 25 séculos, recebeu um tratamento rigoroso por mais de 25 séculos, recebeu um tratamento rigoroso a partir de 1872 com a obra de Dedekind ( continuidade e números irracionais ).

Além da continuidade há outros conceitos que caracterizam os campos numéricos ( enumerabilidade, infinidade, densidade, ordenação ) e que não são simples, do ponto de vista de um tratamento lógico-formal, quando se pensa no aluno do primeiro grau. É por isso que o tratamento dado a esse conteúdo não precisa e não pode ter um caráter formal no que se refere à sua abordagem geral no ensino fundamental.

**PARTE 2: OS NÚMEROS IRRACIONAIS E A REPRESENTAÇÃO DECIMAL.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Nenhum.

**DESENVOLVIMENTO**:

Peça para que construam com régua e compasso, um quadrado ABCD de lado igual a 1 decímetro e em seguida, solicite que meçam, também em decímetros a diagonal AC, deste quadrado.

Pergunte entre quais dois números mais próximos, esta o valor que encontraram. Anote na lousa as várias respostas encontradas.

Após realizarem esta primeira medida, pergunte como seria possível verificar sua precisão, já que tal medida foi feita de “modo direto”, ou seja, obtida diretamente usando um instrumento.

Uma maneira para essa verificação seria a comparação desta mensuração direta com uma mensuração indireta, que é obtida por meio de uma relação teórica entre as medidas de uma figura, como por exemplo a relação de Pitágoras.

Considerando a diagonal como a hipotenusa e os lados do quadrado como catetos, o triângulo retângulo assim formado, satisfaz a relação de Pitágoras: “ o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrado dos catetos”, que neste caso é: $1^2 + 1^2 = (\text{ hipotenusa})^2$ , ou $(\text{ hipotenusa})^2 = 2$.

Dentre as respostas encontradas para a medida da diagonal AC, se todos concordarem que a primeira medida está entre 1,3 e 1,5, então $1{,}4 \times 1{,}4 = ( 1{,}4 )^2$ deveria ser igual a 2.

Mas 1,4 x 1,4= 1,96, que é menor que 2. Por outro lado, se tomarmos a medida da diagonal 1,5, temos 1,5 x 1,5 = 2,25, que é maior que 2. Isto pode nos levar a concluir que uma medida “mais precisa” da diagonal do quadrado esta entre1,4e 1,5.

Solicite que façam uma segunda medida da diagonal, agora com duas casas decimais. Muitos resultados podem ocorrer desde 1,41, l,42, 1,43, …..... até 1,49.

Como verificar quais destas medidas é a “mais precisa”, isto é mais próxima de 2? Peça para calcularem, se possível usando a calculadora, o produto da medida encontrada por ela mesma, ou seja o quadrado da medida

encontrada.  Alguns possíveis resultados serão:

| | |
|---|---|
| 1,41 x 1,41 = 1,9881 | 1,41 x 1,41 = 2,0164 |
| 1,41 x 1,43 = 2,0449 | 1,44 x 1,44 = 2,0736 |

Como:

$$1,41 \times 1,41 = 1,9881 < 2$$

e

$$1,42 \times 1,42 = 2,0164 > 2$$

isto pode nos levar a concluir que uma medida “ mais precisa”  da diagonal do quadrado esta entre 1,41 e 1,42.

Como não vai ser possível que façam uma terceira medida da diagonal,  agora com três casas decimais,  porque as réguas que a maioria dos alunos dispõe não permite a leitura com este número de casas decimais,  solicite que “arrisquem” um número entre1,411 até 1,419. Da mesma maneira,  como verificar quais destas medidas é a “mais precisa”, isto é mais próxima de 2?

Alguns possíveis resultados serão:

| | |
|---|---|
| 1,411 x 1,411 = 1,990921 | 1,412 x 1,412 = 1,993744 |
| 1,413 x 1,413 = 1,996569 | 1,414 x 1,414 = 1,999396 |
| 1,415 x 1,415 = 1,002225 | 1,416 x 1,416 = 2,005056 |

Como:

$$1,414 \times 1,414 = 1,999396 < 2$$

e

$$1,415 \times 1,415 = 2,002225 > 2,$$

isto pode nos levar a concluir que uma medida " mais precisa" da diagonal do quadrado esta entre 1,414 e 1,415.

Após as várias constatações, diga-lhes que vai chegar um momento que a calculadora não vai efetuar os cálculos por terem um número finito de dígitos e mesmo que fosse possível, o número que elevado ao quadrado é igual a 2, não e um decimal exato, nem periódico, isto é não é um número racional. Ele é um número irracional e é representado pelo símbolo $\sqrt{2}$.

Comente com eles que $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt{8}$, são também números irracionais, mas $\sqrt{4}$, $\sqrt{25}$ e $\sqrt[3]{27}$, por exemplo, não são irracionais pois $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{25}= 5$ e $\sqrt[3]{27} = 3$. E existem outros números irracionais que não representados sob a forma de radical, como por exemplo o número $\pi$.

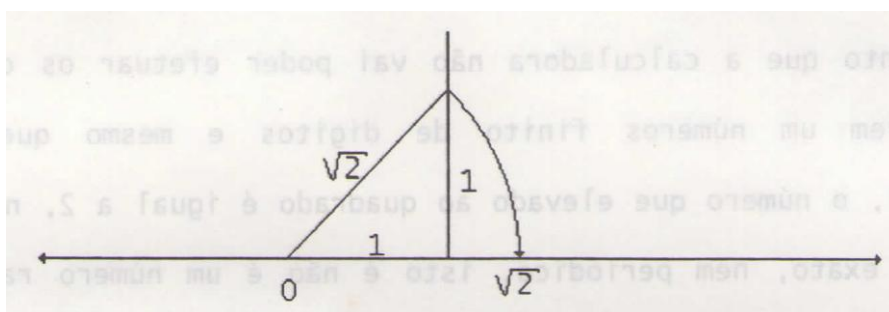
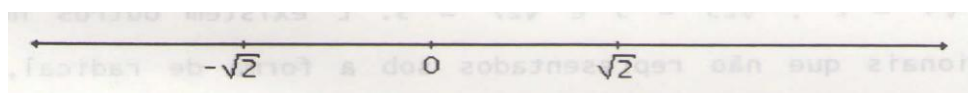
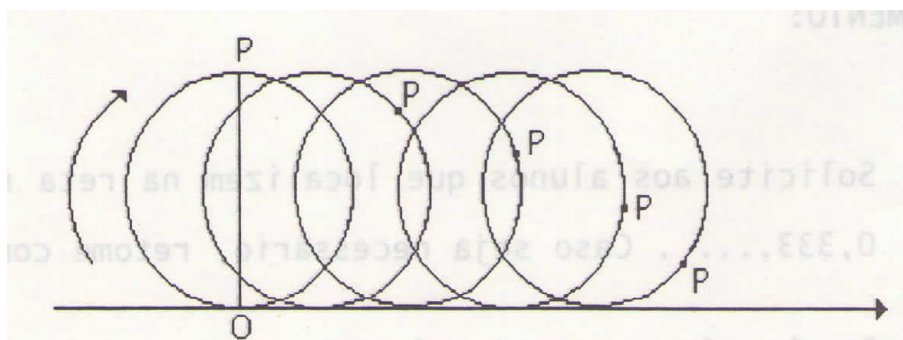
**PARTE 3: A RETA REAL.**

**MATERIAL NECESSÁRIO**: Nenhum.

**DESENVOLVIMENTO:**

Solicite aos alunos que localizem na reta numérica os 0, 1, $-\frac{5}{2}$, 0,333 …. Caso seja necessário, retome com os alunos a localização de números racionais na reta numérica. Diga-lhes que nem todos os pontos da reta numérica correspondem a números racionais e que nesta atividade eles vão poder verificar que um número que não é racional, $\sqrt{2}$, corresponde a um ponto na reta.

Para localizar o número irracional $\sqrt{2}$ construímos um triângulo retângulo cujos catetos mede 1 unidade e depois, com o compasso, traçamos um arco de centro na origem 0 e raio igual a hipotenusa, até

interceptar a reta.

Em seguida localizamos - √2, que é o oposto de √2, transportando-o simetricamente.

Para localizar π, podemos proceder da seguinte forma: confeccionar em cartolina ou papelão um círculo de raio igual a 1 unidade e desenhar sobre o círculo um diâmetro OP. Peça que coincidam o ponto 0 do eixo com o ponto 0 do círculo e girem o círculo, sem que haja deslizamento, no sentido indicado pela seta.

O ponto P que está na outra extremidade do diâmetro percorre a curva indicada e, ao fim de meia volta chega à reta no ponto ª Como a circunferência de raio 1 tem comprimento 2 . π . 1 cm, ou seja 2 . π cm, a metade da circunferência tem comprimento π.

**COMENTÁRIOS:**

Neste nível, embora não se possa demonstrar que existe uma bijeção entre os números reais e os pontos da reta, pode-se estabelecer como verdadeira tal correspondência.

**FOLHA-TIPO I-2**

Alguns números na Grécia Antiga.

Como você mostraria que a soma dos números impares consecutivos de 1 a 23, isto é: $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots.. + 23$ é iguala $12^2$ ou seja 144? ( As reticências indicam que todos os números impares consecutivos entre

7 e 23 devem ser somados. Por economia de espaço, usam-se os pontos ).

Para efetuar estas adições, provavelmente você somou parcelas por parcelas. Uma maneira mais rápida de se obter a soma desta sequência é repetir os termos da sequências em ordem decrescente, e somar cada par de números:

$$\begin{array}{l} \phantom{2}1 + \phantom{2}3 + \phantom{2}5 + \phantom{2}7 + \phantom{2}9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 \\ 23 + 21 + 19 + 17 + 15 + 13 + 11 + \phantom{2}9 + \phantom{2}7 + \phantom{2}5 + \phantom{2}3 + \phantom{2}1 \\ \hline 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 \end{array}$$

12 parcelas de 24

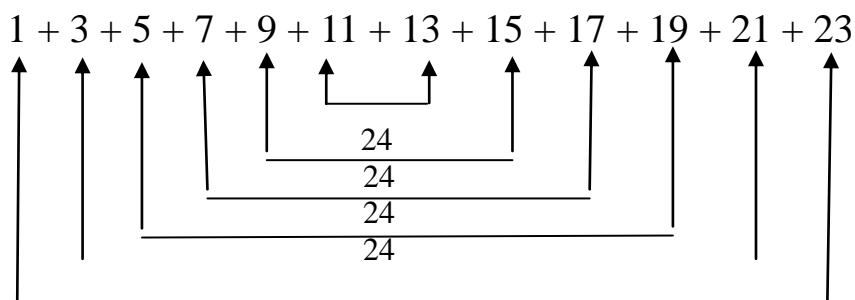
A soma destes termos é 12 x 24, que é o dobro da resposta desejada, pois a sequência foi somada duas vezes.

Portanto:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 =$$

$$= ( 12 \times 24 ) : 2 = \frac{12 \times 24}{2} = 144.$$

Uma outra maneira de obter a soma desta sequência é adicionar os pares de números que estão à mesma distância em relação aos extremos, que são o primeiro e o último.

**FOLHA-TIPO I-2**

24

24

Como temos seis pares de números cuja soma é iguala 24, podemos escrever: 6x 24= 144.

Agora é com você.  Qual é a somados números impares consecutivos compreendidos entre 1 e 35?

Os pitagóricos eram fascinados pelas relações entre os números como a soma dos números impares consecutivos e o quadrado dos números e buscaram outras relações,  tais como um número que elevado ao quadrado é a soma de dois quadrados.

Exemplos:

$3^2 + 4^2 = 5^2$ $\quad\quad$ $6^2 + 8^2 = 10^2$

$9 + 16 = 25$ $\quad\quad$ $36 + 64 = 100$

os números inteiros que verificam a relação:

$$a + b = c$$

são chamados de números pitagóricos.

Deste modo 3, 4 e 5 são números pitagóricos,  assim como 6, 8  e 10.  você poderia dar outros números pitagóricos além destes?

Aqui vai uma dica.

Calcule a soma dos 13 primeiros números impares consecutivos,  ou seja,  a soma da sequência:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 +23 + 25 = (\quad)^2.$$

**FOLHA-TIPO I-2**

Como vimos:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 = 144 = 12^2 .$$

Logo podemos escrever que:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 = ( \dots )^2.$$

$$\underbrace{1 + 3 + \dots + 23}_{12^2} + 5^2 = ( \dots )^2.$$

Portanto 12, 5 e … são outros números pitagóricos.

b) Qual é a soma dos números impares consecutivos de 1 a 47? E de 1 a 49?

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 43 + 45 + 47 = \dots$$

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 43 + 45 + 47}_{\dots\dots} + 49 = \dots$$

$$\dots\dots + 7^2 = \dots$$

Outros números pitagóricos são: ……....

Pitágoras e seus seguidores acreditavam que tudo no universo poderia ser explicado através de números inteiros. Na busca dos números pitagóricos, se depararam com um número estranho ao verificar quena relação: $a^2 + b^2 = c^2$, se a = b, então a relação se transformaria em $c^2 = a \,.\, b^2$ .

Ou seja, o quadrado do quociente de dois números inteiros é igual a 2, pois $\frac{c^2}{b^2} = 2$, ou $\left(\frac{c}{b}\right)^2 = 2$.

Os pitagóricos descobriram que não existiam valores inteiros para c e b que satisfazem a relação $\left(\frac{c}{b}\right)^2 = 2$, ou numa outra interpretação, existia um número que não é o quociente de dois números inteiros.

## FOLHA-TIPO I-2

Lembrando que todo número que pode ser escrito como o quociente entre dois números inteiros é chamado racional, o novo número foi denominado irracional. Assim número irracional e o número que não pode ser escrito como

o quociente entre dois números inteiros.

Este fato “balançou” bastante os seguidores de Pitágoras e foi guardado com muito segredo, marcando o declínio da escola pitagórica, pois descobriu-se que nem tudo podia ser expresso por números inteiros.

# ATIVIDADE 3: CONHECENDO OS RADICAIS.

**OBJETIVOS:** Calcular a raiz quadrada de um número.

Estender o conceito de radiciação.

**PARTE 1: RAÍZES QUADRADAS.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Nenhum.

**DESENVOLVIMENTO:**

Levante o seguinte problema:

Existem dois números cujos quadrados são iguais a 9, Quais são esses números?

Aguarde as respostas dos alunos. Após concluírem que os dois números são +3 e - , porque $( + 3 )^2 = 9$ e $( - 3 )^2 = 9$, diga-lhes que:

A raiz quadrada positiva de 9 é +3, ou seja, $+\sqrt{9} = + 3$.

A raiz quadrada negativa de 9 é -3, ou seja, $- \sqrt{9} = - 3$.

E que, de um modo geral, se x é um número maior do que zero, ele tem duas raízes quadradas, uma positiva e uma negativa e que se convencionou representar por $\sqrt{x}$ e $-\sqrt{x}$. Esta representação faz com que $\sqrt{x}$ represente um único número real positivo, enquanto $- \sqrt{x}$ represente um único número real negativo.

Assim, se tivermos que completar:

$$\sqrt{16} - \ldots$$

para tornar a sentença verdadeira, preencheremos com o número 4, pois, estamos nos referindo à raiz quadrada positiva de 16. No entanto, 16 tem um raiz quadrada negativa que é – 4, e este fato será representado por:

$$- \sqrt{16} = - 4.$$

Se quisermos, então, determinar as raízes quadradas do número 16 escrevemos $+\sqrt{16} = \pm 4$. Da mesma forma, se quisermos as raízes quadradas de $\frac{4}{9}$ escrevemos $\pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}$

Todo numero maior do que zero tem duas raízes quadradas que são opostas.

Para questionar a existência da raiz quadrada de um número negativo, proponha o seguinte problema:

Qual é o número que elevado ao quadrado é – 9 ?

É possível que algum aluno diga que não existe um número que elevado ao quadrado seja igual a – 9, porque:

$$(+3)^2 = +9 \quad \text{e} \quad (-3)^2 = +9.$$

As raízes quadradas de um número real menor que zero não são números negativos. Elas não são números reais, pois todo número real diferente de zero são denominados números complexos. Os números como $\sqrt{-16}$ , $\sqrt{-100}$ foram chamados números imaginários.

Em seguida peça que resolvamos seguintes problemas:

1) Desenhe um quadrado de 16cm de lado e ache a área deste quadrado?
2) Qualé o número cuja raiz quadrada é 16.
3) Desenhe um quadrado cuja área é 196 $cm^2$. Qual é a medida do lado deste quadrado?
4) Qual é o número cujo quadrado é 121?
5) Existem dois números cujos quadrado são iguais a 900. Quais são eles?

**PARTE 2: ESTIMANDO A RAIZ QUADRADA.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-3.

**DESENVOLVIMENTO:**

O cálculo da raiz quadrada de um número pode ser interpretado geometricamente como a procura da medida do lado de um quadrado cuja área é dada por esse número.

Peça para calcularem, por estimativa e tentativa, a raiz quadrada de 2116, fazendo as perguntas:

A medida do lado do quadrado procurado está entre os números:

a) 10 e 20 ? b)20 e 30? c) 30 e 40? d)40 e 50?

Uma maneira, para estas verificações, seria calcular o produto de cada número por ele mesmo, ou seja calcular o quadrado do número:

Assim as possíveis respostas seriam:

a) Não está entre 10 e 20 porque 20 x 20 =400.

b) Não está entre 20 e 30 porque 30 x 30 = 900.

c) Não está entre 30 e 40 porque40 x 40 = 1600.

d) Está entre 40 e 50 porque 50 x 50 = 2500.

Como 2116 termina em 6, a raiz quadrada pode ser um número inteiro? Por quê?

Sabendo-se que a raiz quadrada de 2116 é um número entre 40 e 50 e que pode ser inteiro ( pois 4 x 4 = 16 e 6 x 6 = 36 e algarismos das unidades de 2116 é 6), solicite que verifiquem se a raiz quadrada de 2116pode

ser 44 ou 46.

$$44 \times 44 = 1936$$

Portanto 44 não é raiz quadrada de 2116.

$$46 \times 46 = 2116$$

Portanto $\sqrt{2116} = 46$.

Para a determinação de raiz quadrada de um número que não é quadrado de algum número racional, podemos utilizar situações-problema. Convém, aqui, discutir com os alunos que, provavelmente, o contexto do problema é que irá determinar a precisão da resposta ( precisão de décimos, centésimos, milésimos, décimos de milésimos, centésimos de milésimos, … )

Distribua uma folha-tipo I-3.

**PARTE 3: USANDO TABELAS OU CALCULADORAS.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo II-3 r calculadora.

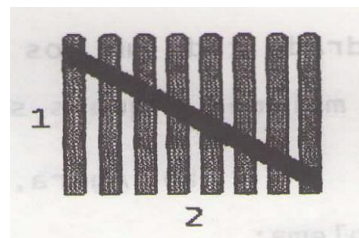
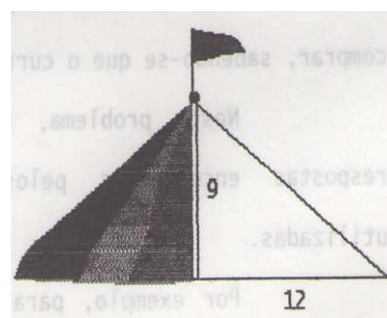
**DESENVOLVIMENTO:**

Alguns procedimentos para se obter um valor aproximado para a raiz quadrada de um número por tentativas, vão e tornando cansativos.

Atualmente, valores aproximados de raízes quadradas podem ser obtidos, através de tabelas ou calculadoras, que darão respostas mais rapidamente.

A) Usando tabelas para resolver problemas.

Divida a classe em grupos. Distribua, para cada grupo uma folha-tipo II-3, que contém uma tabela de quadrados e raízes quadradas aproximadas, e que poderá ser utilizadas para resolver os seguintes problemas:

1) João quer fazer um reforço diagonal num portão que tem 1 m de altura e 2 m de comprimento. Que comprimento de tábua João precisará comprar?

2) Sabendo-se que o mastro central de um picadeiro tem 9 m, quantos metros de cabo de aço serão necessário para ligar a extremidade do mastro a um ponto situado no chão, a 12 m da sua base.

B) Usando uma calculadora.

a) Sem usar a tecla √, peça para os alunos obterem um valor aproximado de √ 8354, escrevendo, antes, os seus procedimentos para calcular a raiz.

É possível que façam várias tentativas antes de encontrar um valor aproximado para √ 8354. Cada vez que uma tentativa é testada, esse número é introduzido na calculadora e multiplicado por si próprio, reforçando, assim o conceito de raiz quadrada.

Incentive os alunos a seguirem pistas do tipo: se a raiz

quadrada de 8354 for um número inteiro, como poderá ser o algarismo das unidades dessa raiz quadrada?

Poderia, também, solicitar que procurem alguns valores aproximados para $\sqrt{8354}$, primeiro com uma casa decimal, depois com duas casas decimais e com três casas decimais. Peça que elevem ao quadrado cada um dos valores e pergunte quais as aproximações que são maiores e quais são menores que 8354.

b) Agora, usando a tecla [√], proponha o seguinte problema:

Um sitiante quer cercar um curral de 1000 $m^2$ com quatro voltas de arame. Quantos metros de arame precisará comprar, sabendo-se que o curral tem forma quadrada?

Neste problema, é interessante discutir as várias respostas encontradas pelosos alunos e as aproximações utilizadas.

Por exemplo, para encontrar as medidas dos lados do curral, que tem a forma quadrada, os alunos podem ter obtido:

$$\sqrt{1000} = 31,622776.$$

Pergunte-lhes qual a metragem de arame que o sitiante terá de comprar se a resposta dada for 31,62? ou 31,63? ou 32?

É razoável o sitiante comprar 130 metros? E 150 metros? As emendas precisam ser consideradas.

## PARTE 4: ESTENDENDO O CONCEITO DE RADICIAÇÃO.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Nenhum.

**DESENVOLVIMENTO:**

Proponha o seguinte problema:

Qual o volume de um cubo de 8 cm de aresta?

Dê um tempo para resolução e em seguida, organize as respostas, usando a notação exponencial. Se esta não surgir entre os alunos, retome-a escrevendo:

Volume = 8 x 8 x 8 = $8^3$ = 512 $cm^3$.

Diga-lhes 512 é o cubo de 8 porque é o volume do cubo de aresta igual a 8, e 8 é a raiz cúbica de 512. Explique que esta frase, também pode ser escrita usando notação de potências e de radical da seguinte maneira:

Como: 512 = $8^3$, então $\sqrt[3]{512} = 8$, ou

$8^3 = 512$ e $8 = \sqrt[3]{512}$.

Do mesmo modo: $\sqrt[3]{216} = 6$ porque $216 = 6^3$.

$\sqrt[3]{-125} = -5$ porque ( -5 ) = - 125.

Esta ideia pode ser aplicada para outros índices, como por exemplo:

a) raiz quarta de 625 é 5:

$\sqrt[4]{625} = 5$, porque 625 = 5 x 5 x 5 x 5 = $5^4$.

b) raiz quinta de 32 é 2:

$\sqrt{32} = 2$, porque 32 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = $2^5$.

Proponha aos alunos os seguintes problemas:

1) Quanto deve medir cada aresta de um cubo cujo volume é de 125 $dm^3$?

2) Uma pessoa precisa comprar uma caixa d'água. Encontra para a venda uma com especificações: 4m de comprimento, 2 m de

largura e 1 m de altura. Acontece que no local onde vai ser instalada não cabe uma caixa com essas dimensões. A pessoa encomenda, então, ao fabricante, uma outra caixa com mesma capacidade da primeira, com a forma de cubo. Quanto deve medir a aresta dessa caixa?

3) Um cubo de madeira foi pintado de amarelo em todas as suas faces. Ele foi, então cortado em 27 cubos pequenos de tamanho iguais. Quantos cubos pequenos serão encontrados com 3 faces pintadas, com 2 faces pintadas, com uma face e nenhuma face?

4) Um bolo na forma de um cubo foi colocado num grande pote cheio de "chantily". O bolo foi retirado com todas as faces cobertas com "chantily". Depois o bolo foi cortado em pequenos cubos, de modo que o número de pedaços coberto com "chantily"em três faces é $\frac{1}{8}$ do número de pedaços sem nenhum "chantily". Quantos pedaços pequenos tem "chantily" em três faces? Em duas faces? Em uma face? Em nenhuma face? Qual tamanho do bolo original?

**COMENTÁRIOS:**

Uma proposta, na qual se enfatiza a compreensão, o aprimoramento e a ampliação do conceito de número, de suas operações e propriedades, não pode oferecer espaço para um tratamento exaustivo e/ou exclusivamente algébrico a respeito dos radicais.

A partir da relação entre radiciação e potenciação, e das propriedades desta, pretende-se que os alunos percebam que as operações com números irracionais, escritos sob forma de $\sqrt[n]{A}$ mantêm as mesmas regras de potenciação com os radicais.

FOLHA-TIPO I-3

Estimando raiz quadrada.

Um retângulo mede 4 cm de largura e 7 cm de comprimento. Construa um quadrado que tenha a mesma área deste retângulo.

Calculando a área do retângulo, você obteve: …. . Logo, a

área do quadrado procurado é: ….

Como determinar o lado do quadrado?

Lembrando que, para acha a área do quadrado, multiplica-se lado por lado, então:

lado x lado = ….  ou  ( lado )$^2$ = …..

Lembrando que a radiciação foi apresentada como operação inversa da potenciação, pode-se indicar o lado do quadrado como raiz quadrada de ….. .

Logo:

lado = □√ ….  ou lado = - √ ….

O resultado:

lado = - √ ….

poderá ser descartado! Por quê?

Qual é o número que elevado ao quadrado resulta 28?

Tente um número. Se for 5, observe que é pouco, pois $5^2$ = 25, que é menor que 28. Experimente 6. É muito ou pouco?

Com esta verificação você pode concluir que o lado do quadrado não é um número inteiro, e que esta entre 5 e 6, ou seja: $5 < lado < 6$.

**FOLHA-TIPO I-3**

Sugira outros números entre 5 e 6. Por exemplo: 5,2, 5,5, 5,8. Verifique entre quais dois números com uma casa decimal, estaria a medida do lado.

Se quiser, utilizando o mesmo processo, poderá encontrar os

algarismos dos centésimos, dos milésimos da raiz quadrada que estamos procurando. Como, neste problema, estamos trabalhando com centímetro, na construção do quadrado procurado:

lado = 5,3 cm

é uma aproximação satisfatória, pois $( 5{,}3 )^2 = 28{,}09$.

Assim podemos escrever: $\sqrt{28} \approx 5{,}3$.

Agora resolva os seguintes exercícios:

1) Entre quais dois números inteiros consecutivos está cada uma das raízes quadradas seguintes?

a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{150}$ c) $\sqrt{1500}$ d) $\sqrt{15000}$.

2) Maria quer fazer uma toalha quadrada de 20 $m^2$ de área. Quantos metros e quantos centímetros deverá medir, o lado dessa toalha, se Maria quiser que a mesa fique toda coberta e tenha uma barra de 5 cm em cada um dos lados.

3) A diretoria de um clube pretende reservar uma superfície quadrada de, aproximadamente, 15000 $m^2$ para construir a sede social e quer marcar essa superfície. Qual a medida do lado dessa superfície?

**FOLHA-TIPO II-3**

Tabelas de quadrados e raízes quadradas.

| $n$ | $n^2$ | $\sqrt{n}$ | $n$ | $n^2$ | $\sqrt{n}$ | $n$ | $n^2$ | $\sqrt{n}$ | $n$ | $n^2$ | $\sqrt{n}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 26 | 676 | 5,099 | 51 | 2601 | 7,141 | 76 | 5776 | 8,718 |
| 2 | 4 | 1,414 | 27 | 729 | 5,196 | 52 | 2704 | 7,211 | 77 | 5929 | 8,775 |
| 3 | 9 | 1,732 | 28 | 784 | 5,292 | 53 | 2809 | 7,28 | 78 | 6084 | 8,832 |
| 4 | 16 | 2 | 29 | 841 | 5,385 | 54 | 2916 | 7,348 | 79 | 6241 | 8,888 |
| 5 | 25 | 2,236 | 30 | 900 | 5,477 | 55 | 3025 | 7,416 | 80 | 6400 | 8,944 |
| 6 | 36 | 2,449 | 31 | 961 | 5,568 | 56 | 3136 | 7,483 | 81 | 6561 | 9 |
| 7 | 49 | 2,646 | 32 | 1024 | 5,657 | 57 | 3249 | 7,55 | 82 | 6724 | 9,055 |
| 8 | 64 | 2,828 | 33 | 1089 | 5,745 | 58 | 3364 | 7,616 | 83 | 6889 | 9,11 |
| 9 | 81 | 3 | 34 | 1156 | 5,831 | 59 | 3481 | 7,681 | 84 | 7056 | 9,165 |
| 10 | 100 | 3,162 | 35 | 1225 | 5,916 | 60 | 3600 | 7,746 | 85 | 7225 | 9,22 |
| 11 | 121 | 3,317 | 36 | 1296 | 6 | 61 | 3721 | 7,81 | 86 | 7396 | 9,274 |
| 12 | 144 | 3,464 | 37 | 1369 | 6,083 | 62 | 3844 | 7,874 | 87 | 7569 | 9,327 |
| 13 | 169 | 3,606 | 38 | 1444 | 6,164 | 63 | 3969 | 7,937 | 88 | 7744 | 9,381 |
| 14 | 196 | 3,742 | 39 | 1521 | 6,245 | 64 | 4096 | 8 | 89 | 7921 | 9,434 |
| 15 | 225 | 3,873 | 40 | 1600 | 6,325 | 65 | 4225 | 8,062 | 90 | 8100 | 9,487 |
| 16 | 256 | 4 | 41 | 1681 | 6,403 | 66 | 4356 | 8,124 | 91 | 8281 | 9,539 |
| 17 | 289 | 4,123 | 42 | 1764 | 6,481 | 67 | 4489 | 8,185 | 92 | 8464 | 9,592 |
| 18 | 324 | 4,243 | 43 | 1849 | 6,557 | 68 | 4624 | 8,246 | 93 | 8649 | 9,644 |
| 19 | 361 | 4,359 | 44 | 1936 | 6,633 | 69 | 4761 | 8,307 | 94 | 8836 | 9,695 |
| 20 | 400 | 4,472 | 45 | 2025 | 6,708 | 70 | 4900 | 8,367 | 95 | 9025 | 9,747 |
| 21 | 441 | 4,583 | 46 | 2116 | 6,782 | 71 | 5041 | 8,426 | 96 | 9216 | 9,798 |
| 22 | 484 | 4,69 | 47 | 2209 | 6,856 | 72 | 5184 | 8,485 | 97 | 9409 | 9,849 |
| 23 | 529 | 4,796 | 48 | 2304 | 6,928 | 73 | 5329 | 8,544 | 98 | 9604 | 9,899 |
| 24 | 576 | 4,899 | 49 | 2401 | 7 | 74 | 5476 | 8,602 | 99 | 9801 | 9,95 |
| 25 | 625 | 5 | 50 | 2500 | 7,071 | 75 | 5625 | 8,66 | 100 | 10000 | 10 |

# ATIVIDADE 4: ESTATÍSTICA.

**OBJETIVOS:** Construir e interpretar gráficos de barras, colunas e de setores circulares para apresentação dos dados de uma pesquisa.
Compreender o conceito de frequência e frequência relativa.

**PARTE 1: PARA QUE SERVEM AS PESQUISAS?**

**MATERIAL NECESSÁRIO**: Nenhum.

**DESENVOLVIMENTO:**

O objetivo desta parte da atividade é sistematizar o conhecimento que os alunos já têm sobre os gráficos mais utilizados em Estatísticas como os de colunas, barras e setores e discutir sua importância no mundo de hoje.

Uma semana antes da aula planejada para desenvolver esta parte da atividade, proponha a cada aluno que procure em jornais ou revistas algumas pesquisas recentes e, das que julgar mais interessantes, traga os dados ( gráficos, tabelas ) para a aula.

Divida a classe em grupos e peça que analisem as pesquisas que trouxeram e escolham uma por grupo que será relatada à classe e discutida. Nesta discussão, evidentemente, surgirão temas interessantes para debates futuros, que poderão ser integrados ao trabalho com as outras disciplinas.

Na análise das pesquisas, além dos tipos de gráficos

utilizados para descrevê-las os grupos poderão verificar as variáveis envolvidas: qualitativas e quantitativas.

Assim, os elementos da amostra poderão ser classificados segundo alguns atributos: sexo, esporte preferido, mês de nascimento, profissão que deseja seguir, tipos ou causas de doenças – variáveis qualitativas; enquanto outras associam a cada elemento da amostra um número resultante de uma contagem ou de uma medição: altura, peso, número de filhos, salários, número de nascimentos, acidentes de trabalho em determinado período – variáveis quantitativas.

A análise das pesquisas encontradas pelos alunos pode levá-los a perceber que a Estatística esta presente em muitas atividades humanas. Discuta com a classe algumas decisões que são tomadas a partir de pesquisas junto à população. Por exemplo:

- Uma industria lança um produto depois de verificar se existe mercado para ele;
- Um escritor de novelas de TV pode decidir o final de sua história após consultar seu público;
- Um partido político escolhe entre seus membros o que tiver mais chance junto aos eleitores para vencer uma eleição;
- Um candidato a presidente da república decide ( ou pelo menos deveria ) os rumos de seu governo pela consulta aos diversos segmentos da Sociedade.

- Para fazer previsões sobre o número de habitantes que uma cidade terá daqui a 10 anos, pesquisa-se as razões de seu

crescimento nos últimos anos;

- A indústria de roupas, a fonográfica, a de cinema, etc. analisam tendências de comportamento de algumas parcelas da população ( geralmente as de maior poder aquisitivo ) e por meio da mídia ( principalmente a TV ) "impõem" alguns destes comportamentos a toda população.

Muitas pesquisas são representadas por ideogramas, que utilizam figuras no lugar das colunas, setores, etc. Para mostrar a produção mensal de automóveis, podemos, por exemplo, desenhar automóveis com tamanhos proporcionais à produção de cada mês.

**PARTE 2: QUAL O ESPORTE QUE VOCÊ PREFERE?**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folhas-tipo I-4 e II-4, compasso e transferidor.

**DESENVOLVIMENTO:**

Divida a classe em pequenos grupos e distribua uma folha-tipo I-4 para cada aluno e peça que em grupos leiam o questionário utilizado em

uma pesquisa, analisem e discutam os resultados que estão tabulados. Algumas questões para esta discussão podem ser colocadas aos alunos:

a) Por quê os questionários de pesquisas são em geral anônimos?

b) Você achou importante o autor do questionário discriminar o sexo dos entrevistados? Por quê?

c) Você encontrou incoerência entre os resultados da pesquisa dos esportes preferido e os esportes praticados? Quais? Por quê?

d) Levante algumas hipóteses sobre as causas das incoerências encontradas por você.

e) Qual (is) pergunta (s) que você acrescentaria ao questionário para ter certeza das causas das incoerências?

Na discussão destas questões os alunos podem concluir que a pesquisa seria mais completa se acrescentássemos ao questionário a questão: " *Se o esporte que pratica não é o que você mais gosta, explique a razão*."

Estas razões poderiam ser arroladas para que os pesquisadores as acolhessem ou simplesmente eles preencheriam espontaneamente um espaço em branco para este fim.

Trabalhe, também, os significados dos termos Frequência

Absoluta e Frequência Relativa, mostrando que nas tabelas da folha-tipo I-4 o número de vezes que cada esporte é indicado pelos garotos e pelas garotas é chamado em Estatística de frequência absoluta.

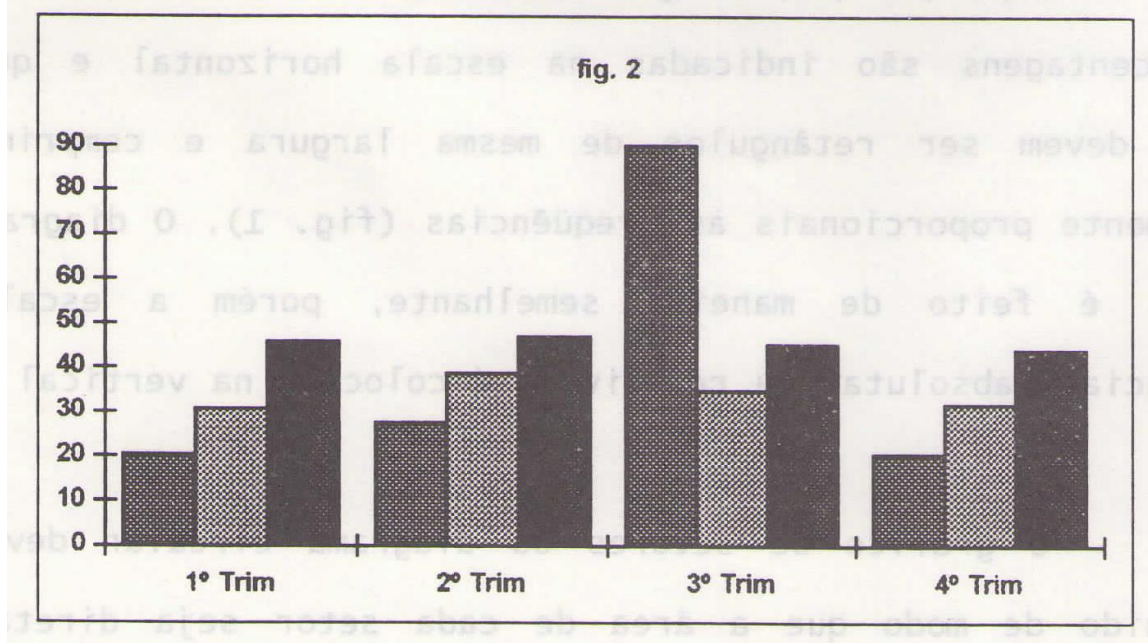
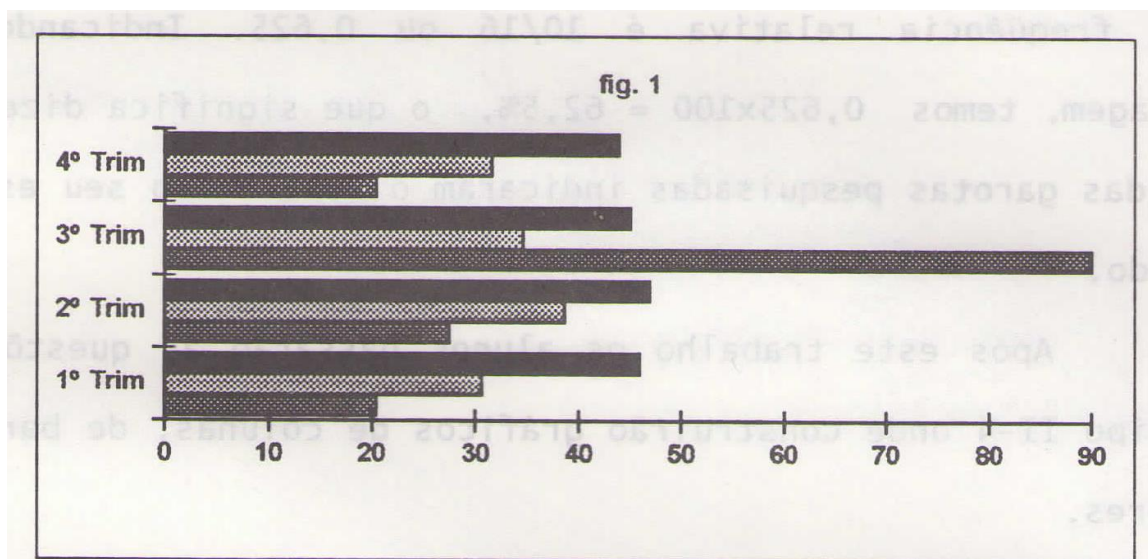
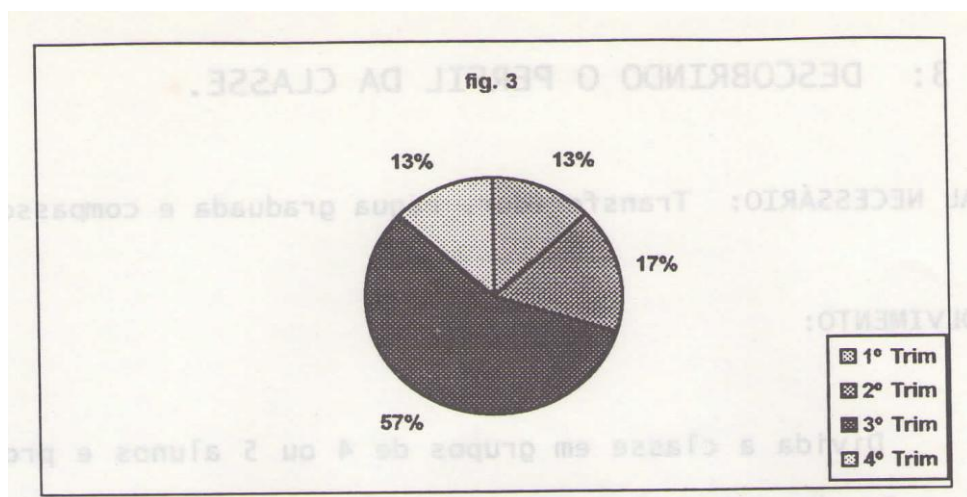
Considere, entretanto, que em alguns gráficos é muito comum indicar a relação entre a frequência absoluta e o total de elementos pesquisados por meio de um quociente. Este quociente é chamado de frequência relativa. Por exemplo, na tabela 1, 10 entre 16 garotas indicam o vólei como seu esporte favorito, logo a frequência relativa é 10/16 ou 0,625. Indicando por porcentagem, temos 0,625 x 100 = 62,5%, o que significa dizer que 62,5% das garotas pesquisadas indicaram o vólei como seu esporte preferido.

Após este trabalho os alunos passarão às questões da folha-tipo II-4 onde construirão gráficos de colunas, de barras e de setores.

Explique que, no gráfico de barras, as frequência ou as porcentagens são indicadas na escala horizontal e que nas barras devem ser retângulos de mesma largura e comprimentos diretamente proporcionais às frequências ( fig. 1 ). O diagrama de colunas é feito de maneira semelhante, porém a escala de frequência ( absolutas ou relativas ) é colocada na vertical ( fig.2 ).

O gráfico de setores ou diagrama circular deve ser construído de modo que a área de cada setor seja diretamente proporcional à respectiva frequência, ou seja, o ângulo de cada setor é diretamente proporcional à frequência que representa, uma vez que a área do setor é diretamente

proporcional ao ângulo que o define.

Assim, para se construir o gráfico de setores deve-se expressar a frequência relativa em porcentagem e determinar quanto essa porcentagem representa de 360º. Por exemplo, para uma frequência relativa igual a 0,4 tem-se a porcentagem de 40% e calculando 40%de 360º obtém-se 144º. Com auxilio de um transferidor, fazemos a demarcação dos setores após calcular o ângulo de cada um deles. A figura 3 mostra um diagrama de setores.

**PARTE 3: DESCOBRINDO O PERFIL DA CLASSE.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Transferidor, régua graduada e compasso.

**DESENVOLVIMENTO:**

Divida a classe em grupos de 4 ou 5 alunos e proponha a elaboração de uma pesquisa que envolva neste momento apenas variáveis qualitativas e cujo universo a ser pesquisado seja o conjunto dos próprios alunos da classe. Cada grupo poderá fazer sua própria pesquisa que constará das seguintes fases:

- Elaborar o questionário ( limite em 3 ou 4 questões);
- Aplicar o questionário;
- Tabular os dados;
- Montar tabelas;
- Construir gráficos ( coluna, barras e de setores );
- Interpretar os resultados.

Se for o caso, você poderá sugerir algumas pesquisas. Um dos grupos, por exemplo, poderá utilizar o questionário sobre os esportes preferidos/praticados. Outras sugestões:

- Matéria escolar da 8ª série mais fácil / a mais difícil / a que mais gosta / a que menos gosta e as menções que o aluno tirou em cada disciplina apontadas.
- Time de Futebol preferido / o time que menos gosta.
- Mês do ano em que nasceu.
- Meio de transporte que mais utiliza para vir ao colégio.
- Programa de TV que mais gosta/ menos gosta.
- Como passa o tempo livre.

O grupo que fizer a pesquisa sobre o mês de nascimento verificará, por exemplo, que o diagrama de setores não é muito adequado para a representação gráfica das frequências e suas comparações, pois são 12 as variáveis estatísticas e o circulo ficaria muito subdividido.

Uma pesquisa sobre cor dos olhos provavelmente não será interessante pra a construção dos gráficos devido ao enorme índice de “castanho”na população brasileira.

**PARTE 4: É PRECISO CONSULTAR TODO MUNDO?**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo III-4.

**DESENVOLVIMENTO:**

Distribua uma folha-tipo III-4 para cada aluno. Após sua leitura eles poderão discutir em pequenos grupos as questões propostas. Para responder a questão 6 os alunos já poderiam ter pesquisado, anteriormente, as instituições que fornecem os Índices Econômicos, como por exemplo o DIEESE.

Cada grupo deverá ter um relator que lerá as conclusões para o resto da classe. Discuta as respostas e indagações dos grupos. Um debate em conjunto com outras disciplinas ( História, Geografia ) poderá ser promovido a respeito se os Institutos de Pesquisas influenciam ou não nossas vidas sugerindo comportamento, e influenciando preços.

Nesta atividade é fundamental que os alunos apreendam um pouco, os conceitos de População e Amostra.

Um importante trabalho é propor aos alunos que façam com

outras classes da escola uma pesquisa que eles já fizeram com eles próprios e verificar se a classe deles pode ser considerada como uma amostra dos alunos de toda a escola.

Nosso trabalho é discutir com os alunos alguns conceitos da Estatística Descritiva que procura descrever o comportamento de uma variável em estudo, resumindo dados observados e apresentando-os em forma de tabelas, gráficos, etc. e iniciar uma análise e interpretação desses dados.

Não pretendemos e nem poderíamos tratar neste momento, com nossos alunos de 8ª série, a Estatística Indutiva que trata das conclusões que podem ser atribuídas a toda população a partir dos dados obtidos de uma amostra, pois envolve a teoria das probabilidades para verificar até que ponto podemos confiar em tais conclusões.

Discutir a importância e a influência da estatística nas nossas vidas é uma das metas do estudo deste tema ainda no 1ºgrau.

**FOLHA-TIPO I-4**

Qual esporte que você prefere?

Um professor de Educação Física aplicou um questionário

que esta reproduzido abaixo, sobre as preferências por esportes de seus alunos de uma classe de 8ª série.

*Classe: 8ª Série: ____ sexo: masc. ( ) fem. ( )*
*1. Indique o esporte que você mais gosta ( não necessariamente o que pratica )*
*Futebol ( ) vôlei ( ) basquete ( ) outro ( ) nenhum ( )*
*2. Indique o esporte que você pratica. Se praticar mais de um, assinale aquele que você se dedica mais:*
*Futebol ( ) vôlei ( ) basquete ( ) outro ( ) nenhum ( )*

O professor tabulou os dados e montou as tabelas 1 e 2 com as respectivas frequências de cada esporte.

Tabela 1

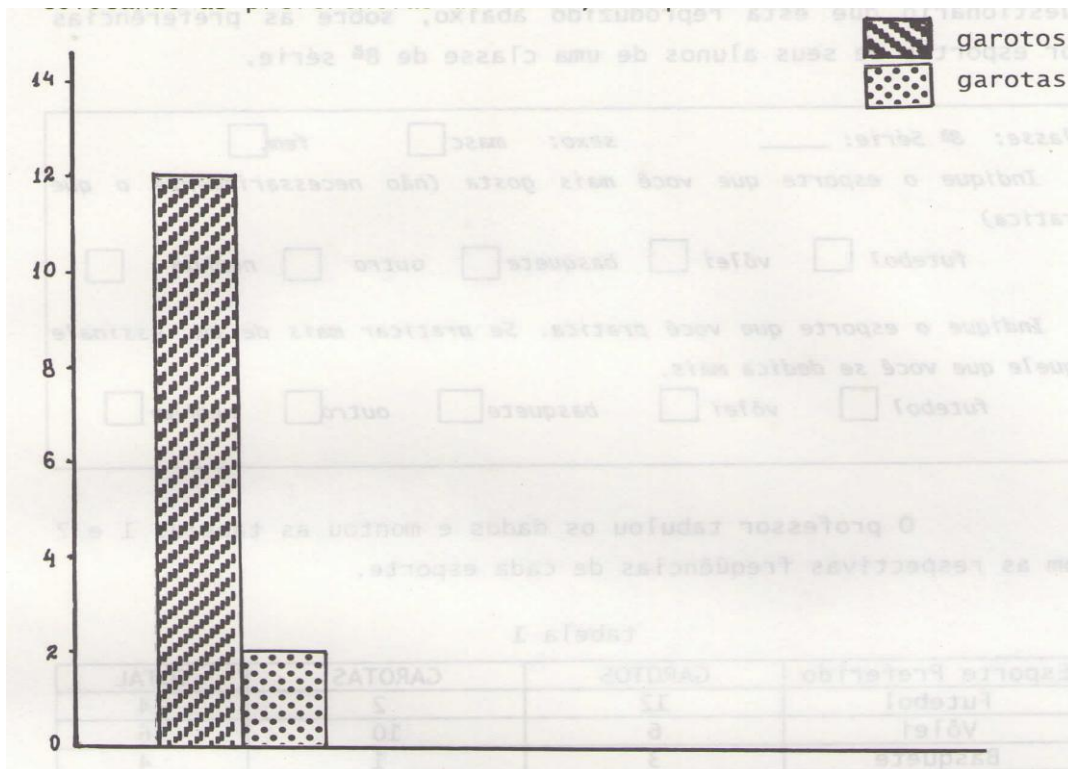
| Esporte Preferido | GAROTOS | GAROTAS | TOTAL |
|---|---|---|---|
| Futebol | 12 | 2 | 14 |
| Vôlei | 6 | 10 | 16 |
| Basquete | 3 | 1 | 4 |
| Outros | 3 | 3 | 6 |
| Nenhum | 0 | 0 | 0 |
| | 24 | 16 | 40 |

Tabela 2

| Esporte Praticado | GAROTOS | GAROTAS | TOTAL |
|---|---|---|---|
| Futebol | 12 | 0 | 14 |
| Vôlei | 3 | 5 | 16 |
| Basquete | 6 | 4 | 4 |
| Outros | 3 | 4 | 6 |
| Nenhum | 0 | 3 | 1 |
| | 24 | 16 | 40 |

**FOLHA-TIPO II-4**

1. O gráfico abaixo indica as preferências de meninos e meninas por futebol da tabela 1 da folha-tipo I-4. Complete-o, colocando as

preferências do vôlei, basquete e outros

2. a) Completar a tabela abaixo referentes aos dados da tabela 2, da folha-tipo I-4 e construir um gráfico de setores.

| Esporte praticado | Frequência | Frequência relativa | Porcentagem | |
|---|---|---|---|---|
| Futebol | 12 | $\frac{12}{40} = 0,3$ | 0,3 x 100= 30% | 0,3 x 360º = 108º |
| Vôlei | 8 | | | |
| Basquete | 10 | | | |
| Outros | 7 | | | |
| Nenhum | 3 | | | |

b) Se somarmos as frequências relativas qual será o resultado? E se somarmos os ângulos para o gráfico de setores?

c) Com auxílio de um compasso e um transferidor construa um diagrama de setores para o esporte praticado.

## FOLHA-TIPO III-4

É preciso consultar todo mundo?

Você constatou a importância da Estatística no mundo de hoje. Ela está praticamente presente em todas as atividades humanas: Economia, Comunicação, Medicina, Comércio, Política, Psicologia, etc.

O principal objetivo da Estatística é tratar dos métodos para obtenção de dados, sua organização ( em tabelas, gráficos ) analisar e interpretar estes dados.

Entretanto, para realização de uma pesquisa, muitas vezes não é possível levantar os dados de todos os elementos da população a serem pesquisados, ou seja, não é possível fazer um recenseamento. Por exemplo, os Institutos de Pesquisa não precisam ( ou não podem ) consultar todos os eleitores na véspera de uma eleição para indicarem os vencedores.

O que se faz nestes casos é levantar os dados de uma pequena parte da população que é chamada de amostra e a partir deles elaboram-se as conclusões para todas a população. Evidentemente, o sucesso de uma pesquisa deste tipo, está na escolha da amostra.

Você já fez algumas pesquisas com todos os alunos de sua classe. Se você fizesse as mesmas pesquisas com outros alunos de 8ª série da mesma escola, pode-se dizer antecipadamente que os resultados seriam os mesmos? Enfim, sua classe poderia ser considerada como amostra de todas as 8ª séries do colégio?

1. Na eleição de um prefeito de uma grande cidade, um Instituto de Pesquisa deve escolher apenas um bairro como amostra? Por quê? Como você escolheria a população para a amostra de uma pesquisa para saber o provável prefeito de sua cidade?

**FOLHA-TIPO III-4**

2. Numa pesquisa para conhecer a matéria que os alunos do

ensino médio ( 2º grau ) de sua cidade mais gostam, como você escolheria a amostra?

3. Na maioria das vezes, os Institutos de Pesquisa acertam em suas previsões nas eleições para um cargo do Executivo. Entretanto, quando erram, argumentam que o método da pesquisa esta correto e que provavelmente as pessoas teriam mudado de opinião. O que você pensa sobre o assunto?

4. Por que é comum ouvir dos Instituto de Pesquisa que dois candidatos estão virtualmente empatados antes de se apurar os votos, apesar da pesquisa indicar que um deles está um pouco à frente? ( geralmente perto de 3% ).

5. Existem muitas pessoas que defendem a ideia que as pesquisas sobre os prováveis vencedores de uma eleição devem ser divulgadas na véspera e mesmo no transcorrer da eleição. Entretanto, outras argumentam que com a divulgação das pesquisas. Muitos dos eleitores dos prováveis perdedores se desanimariam e acabariam não indo votar, ou votando no provável 2º colocado da pesquisa ( apesar de não ser seu candidato ) numa tentativa de não eleger o 1º colocado na pesquisa. Como você vê esta questão?

## ATIVIDADE 5: SEMELHANÇAS DE FIGURAS PLANAS.

**OBJETIVOS:** Desenvolver, experimentalmente, a noção de semelhanças de figuras planas.

**PARTE 1: AMPLIAR E REDUZIR.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-5 e uma cópia de uma figura (ampliada ou reduzida).

**DESENVOLVIMENTO:**

Entregue a cada aluno, uma folha-tipo I-5.

A proposta de trabalho é que a figura desenhada no quadro ( a ) seja reproduzida nas outras redes, de modo que traços da figura que estão sobre a rede devem permanecer sobre as novas redes, o mesmo acontecendo para os que estão sobre diagonais da rede. Dê um tempo para a realização da tarefa e proponha a eles que descrevam o que aconteceu em cada caso, seguindo este roteiro de observações:

- Que figura (s) ficou (ficaram ) mais "parecida ( s ) " com a original? Por quê?
- A figura ( b) ficou " esticada "em que direção ( ou direções ) ?
- O que ocorreu com as figuras ( c), ( f ) e(g) ?
- O que aconteceu de diferente no caso da figura ( h ) ?
- Em que situação (ões ) as medidas dos ângulos da figura não sofreram alterações?
- Em que caso ( s ) você diria que houve uma ampliação

da figura original ? E uma redução ?

Comente que podemos observar reduções e ampliações de figuras e textos, quando tiramos cópias eletrostáticas reduzidas ou ampliadas. Se houver possibilidade, use qualquer material nestas condições para análise dos alunos, que deverão discutir o “ percentual “ de redução ou ampliação.

**PARTE 2: HOMOTETIAS.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo II-5.

**DESENVOLVIMENTO:**

Depois de entregar a cada aluno uma folha-tipo II-5, coloque para discussão em pequenos grupos as questões:

- Através de que “movimento” o triângulo ABC transformou-se no triângulo $A_1$ $B_1$ $C_1$?
- Que movimento levou o triângulo DEF no triângulo $D_1$ $E_1$ $F_1$?
- Que movimento levou o triangulo GHI no triângulo $G_1$ $H_1$ $I_1$?

Dê um tempo para a apresentação das respostas e depois coloque novas perguntas:

- No caso da simetria ou reflexão numa reta, é possível desenhar o eixo de simetria? Como?
- No caso da translação deslocamento do triângulo de quantos centímetros?
- No caso da rotação seria possível achar o centro e

descobrir qual o ângulo utilizado?

As figuras obtidas por reflexão numa reta, translação ou rotação são semelhantes às figuras originais. Trata-se de uma semelhança especial, de razão 1, ou seja, uma congruência.

Peça, em seguida, aos alunos que observem no quadro (A), o ponto 0 e convide-os a fazer a seguinte construção:

- Unir o ponto 0 aos pontos $A_1$ $B_1$ e $C_1$
- Marcar na semi-reta.$0A_1$ a medida do segmento $0A_1$, a partir de A, obtendo o ponto $A_2$.
- Na semi reta $0B_1$, trasportar a medida do segmento $0B_1$ de modo a obter o segmento $B_1$ $B_2$.
- Usar procedimento análogo com relação a 0 e $C_1$.
- Unir os pontos $A_2$, $B_2$ e $C_2$ e comparar os triângulos

$A_1$ $B_1$ $C_1$ e $A_2$ $B_2$ $C_2$.

Fazer o mesmo com os triângulos $D_1$ $E_1$ $F_1$, $G_1$ $H_1$ $I_1$ e os pontos P e Q, respectivamente. Comparar os triângulos ABC, DEF e GHI e, depois, $A_2$ $B_2$ $C_2$, $D_2$ $E_2$ $F_2$ e $G_2$ $H_2$ $I_2$ .

Convide a classe a medir e comparar:

a) Os lados AB e $E_2$ $D_2$

b) Os lado AC e $H_2$ $I_2$

c) Os ângulos $C_1$, $F_2$ e $I_2$

d) O perímetro do triângulo ABC e do triângulo $A_2B_2C_2$

e) A área desses dois triângulos.

Discuta as conclusões e comente que a transformação que levou à construção dos novos triângulos é chamada HOMETETIA. Numa homotetia, é preciso definir um centro e uma razão.

Chame atenção para o fato de que a posição do centro de homotetia ( O,  P  e Q )  em relação à figura não teve interferência na medida do triângulo resultante.

A homotetia,  nesses casos,  é de razão 2,  já que o ela levou à duplicação das medidas dos lados das figuras.

Faça-os observar que figuras homotéticas são sempre semelhantes,  mas o contrário nem sempre é verdade.

Proponha,  em seguida,  que eles desenhem,  numa folha em branco,  um triângulo ABC de lados 3cm,  4cm  e 5cm.  Pergunte qual a área desse triângulo.  Depois,  peça que usando uma homotetia de centro A (um dos vértices do triângulo ,  obtenham triângulos:

- Cujas medidas dos lados sejam duplicadas;
- Cujas medidas dos lados sejam triplicadas;
- Cujas medidas dos lados correspondam a uma vez e meia as medidas originais;
- Cujas medidas dos lados correspondam à metade das medidas originais.

Analise as soluções,  especialmente as áreas dos triângulos obtidos a partir da construção de uma tabela como esta:

| situação | razão utilizada | área obtida | razão entre a área obtida e a área do triângulo ABC |
|---|---|---|---|
| a | 2 | $24cm^2$ | $\frac{24\ cm^2}{6\ cm^2} = 4 = 2^2$ |
| b | 3 | $54\ cm^2$ | $\frac{54\ cm^2}{6\ cm^2} = 9 = 3^2$ |
| c | | | |
| d | | | |

Os alunos deverão perceber que a razão entre as áreas é igual ao quadrado da razão entre as medidas dos lados.

**PARTE 3: MAIS HOMOTETIAS.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo III-5.

**DESENVOLVIMENTO:**

Entregue uma folha-tipo III-5 para cada aluno e coloque na lousa o seguinte roteiro de trabalho:

- Construir, por homotetia de centro 0, retângulos semelhantes ao ABCD ( fig. A ), um deles passando pelo ponto $A_1$ e outro passado pelo ponto $A_2$.

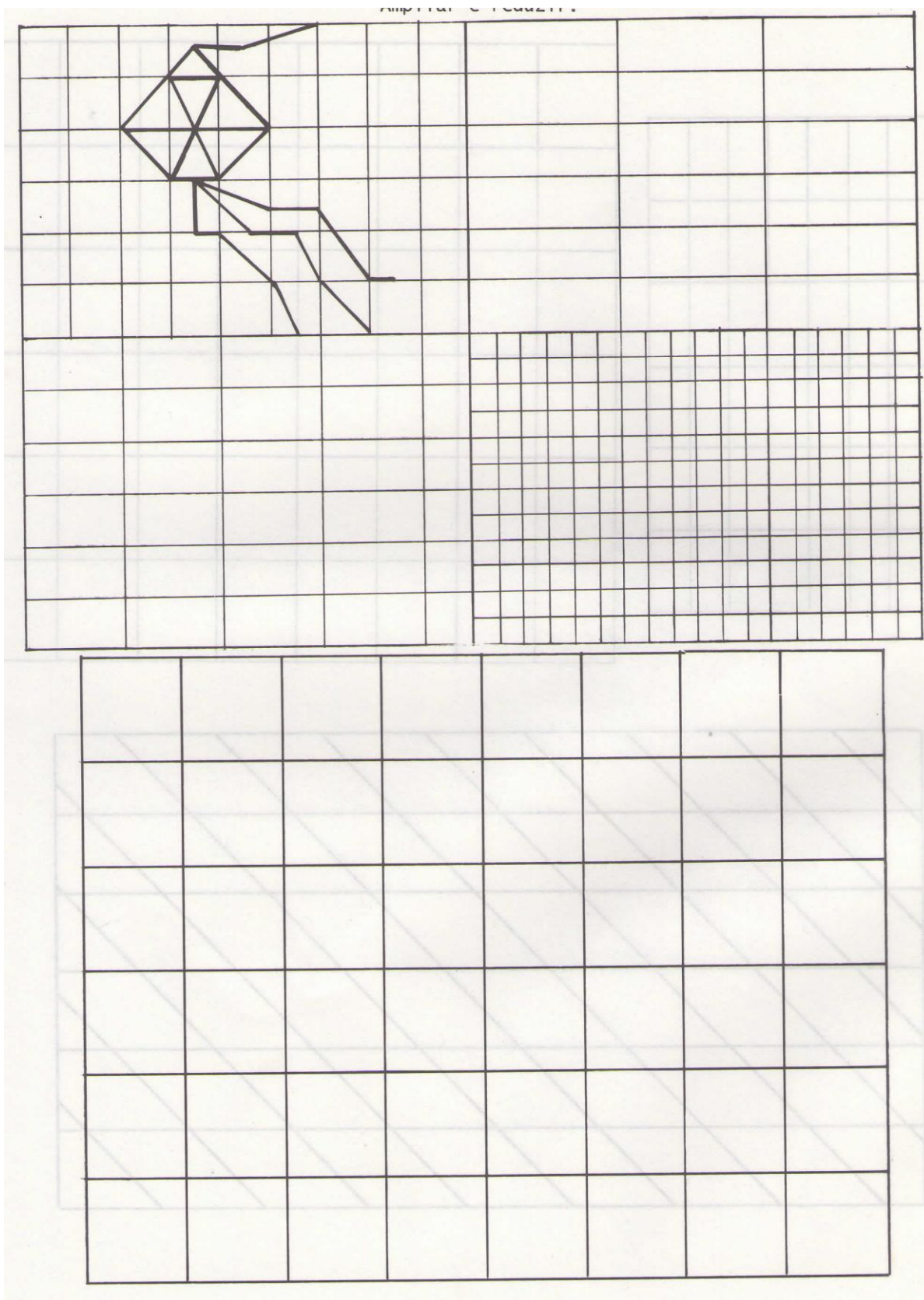
- Construir, por homotetia de centro 0, triângulos semelhantes ao EFG ( fig. b), um passando pelo ponto $E_1$ e outro passando pelo ponto $E_2$.

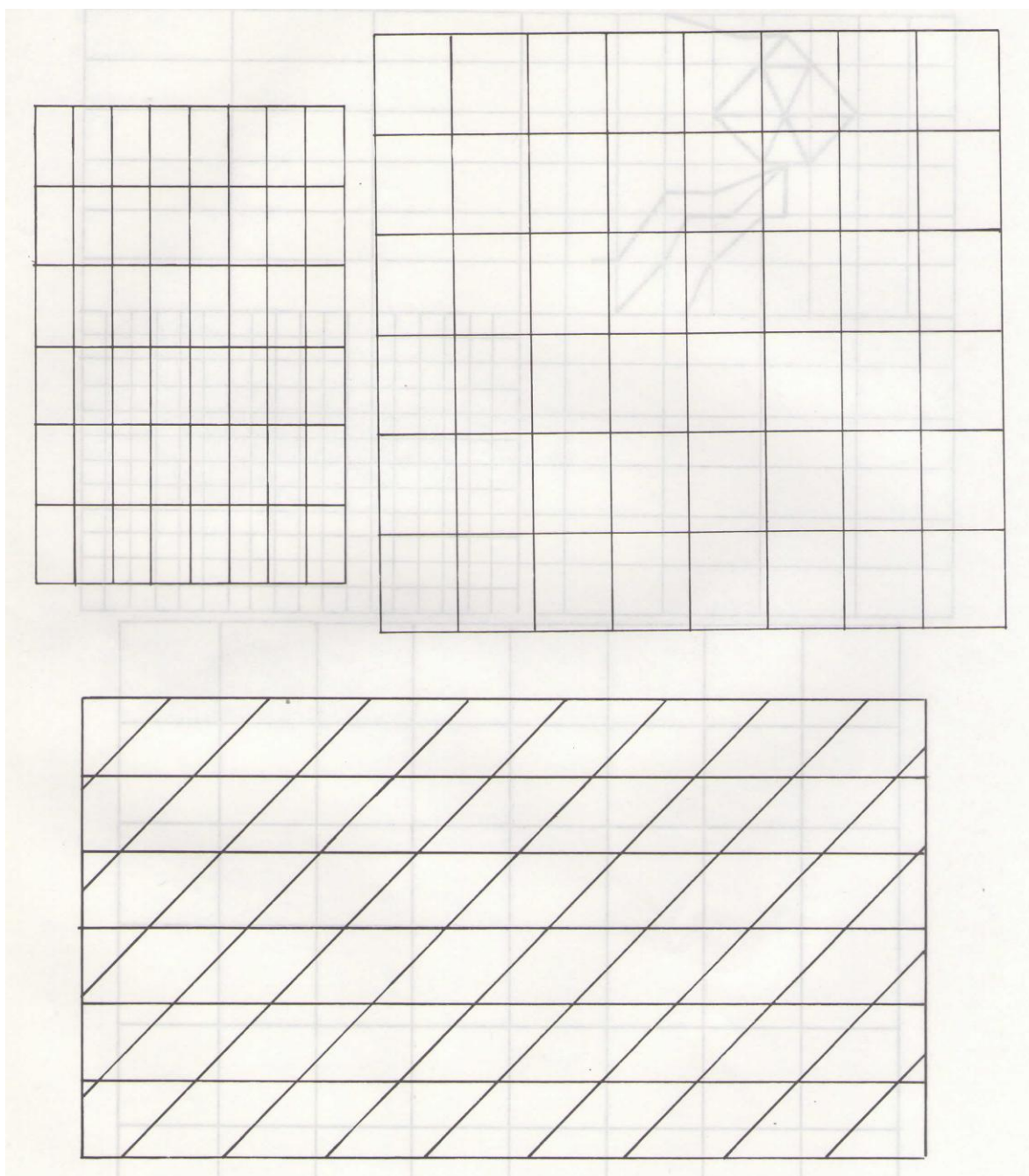
- Construir, por homotetia de centro 0, retângulos semelhantes ao HIJL, passando por $I_1$ e $I_2$, respectivamente.
- Construir, por homotetia de centro 0, retângulos semelhantes ao MNPO, passando por $N_1$ e $N_2$ , respectivamente.
- Construir, por homotetia de centro 0, um quadrilátero semelhante ao RSTU, passando por $S_1$.
- Construir, por homotetia decentro0, pentágonos semelhantes ao VXYZW, passando por $Y_1$ e $Y_2$, respectivamente.

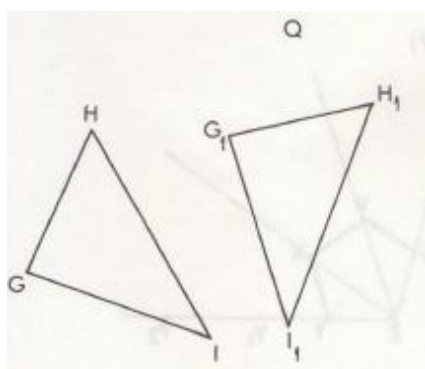
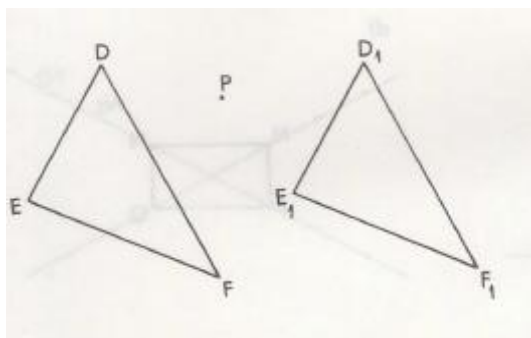
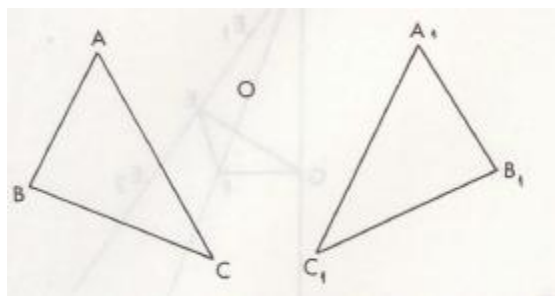
Mais uma vez aproveite para explorar características das figuras obtidas por HOMOTETIA, ou seja:

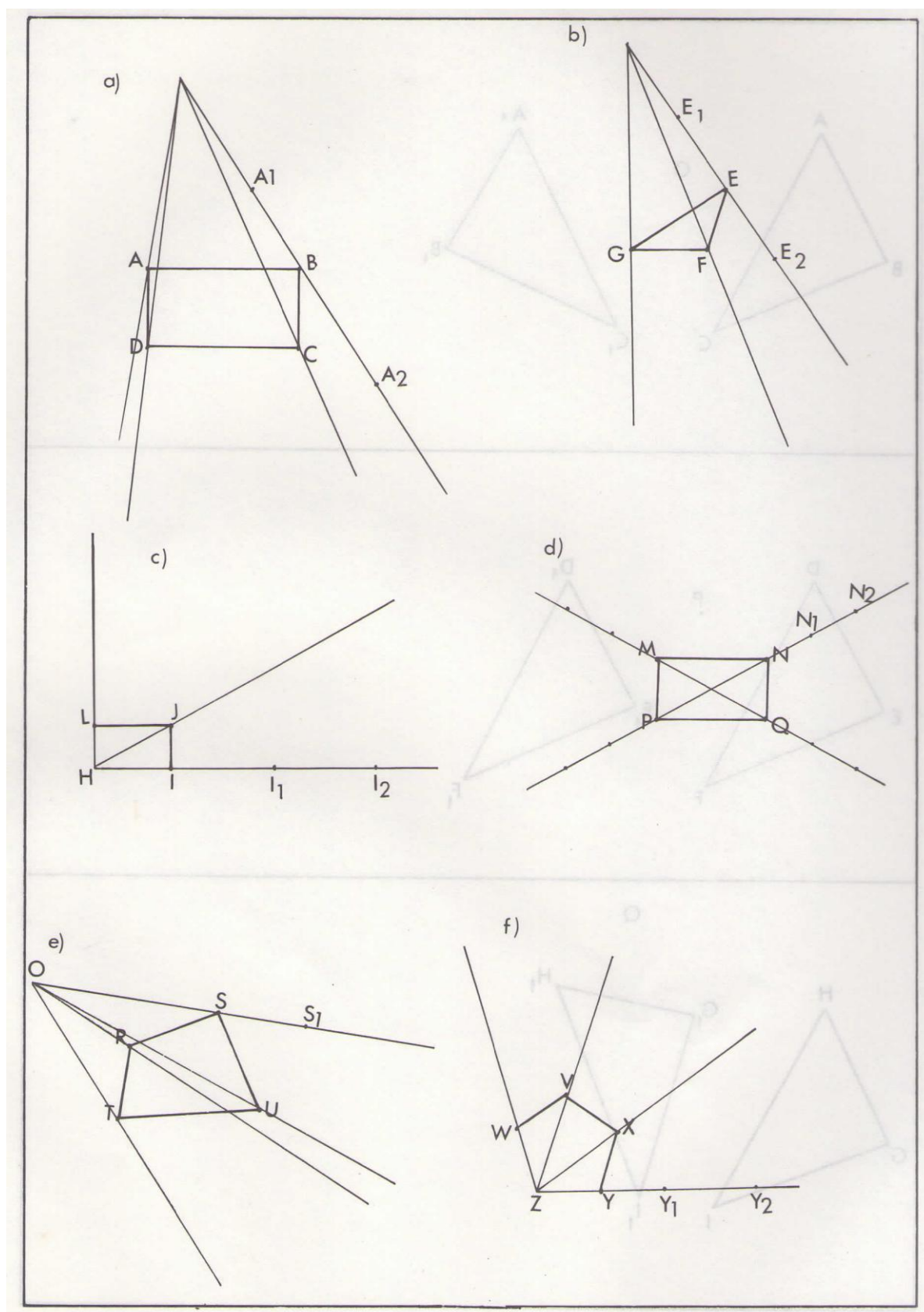
- O paralelismo entre lados correspondentes.
- A proporcionalidade das medidas dos lados correspondentes.
- A congruência de ângulos correspondentes.
- A relação entre o perímetro e a razão da homotetia.
- A relação entre a área e a razão da homotetia.

**FOLHA-TIPO I-5**

Ampliar e reduzir.

**FOLHA-TIPO I-5**

Ampliar e reduzir.

**FOLHA-TIPO II-5**

HOMOTETIAS

**FOLHA-TIPO III-5**

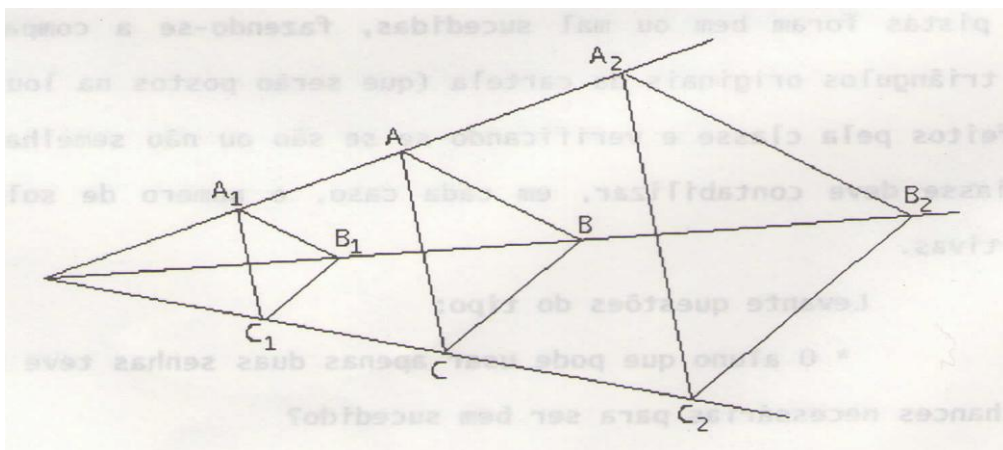
MAIS HOMOTETIAS

# ATIVIDADE 6: SEMELHANÇAS DE TRIÂNGULOS.

**OBJETIVOS:** Verificar, experimentalmente, os casos de semelhanças de triângulos.

## PARTE 1: O JOGO DAS PISTAS.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Seis cartelas ( anexo I).

**DESENVOLVIMENTO:**

Comente com a classe que quando um triângulo é ampliado ou reduzido por meio de uma homotetia, o triângulo obtido por essa transformação, é semelhante ao primeiro e tem ângulos iguais a ele e lados homólogos proporcionais.

Uma vez assegurada a compreensão desse fato, proponha à classe, a realização de um jogo: seis alunos da classe vão receber de você uma cartela na qual esta desenhado um triângulo (use os modelos do anexo I ) e

escrita uma senha que indica o número de pistas que ele poderá usar. Senha 2

deve conter duas pistas e senha 3 deve conter 3 pistas. As pistas só podem ser de um dos dois tipos abaixo:

| Um dos ângulos do triângulo mede … graus |
| --- |
| A razão entre os dois lados é proporcional ao número ... |

Cada um dos seis alunos, um de cada vez, vai usar suas senhas, com o objetivo de fazer com que os demais alunos da classe construam triângulos semelhantes ao que esta desenhado na cartela. Para isso ele vai ter um tempo para fazer suas escolhas, antes de "ditar" as pistas para a classe.

Terminado o jogo, é a hora de conferir se a utilização das pistas foram bem ou mal sucedidas, fazendo-se a comparação dos triângulos originais da cartela ( que serão postos na lousa ) e os feitos pela classe e verificando-se se são ou não semelhantes. A classe deve contabilizar, em cada caso, o número de soluções positivas.

Levante questões do tipo:

- O aluno que pode usar apenas duas senhas teve todas as chances necessárias para ser bem sucedido?
- E os que puderam usar três senhas?

As discussões devem conduzir à conclusão de que, dois triângulos são semelhantes, se cumprem uma das três condições:

I) Têm ângulos iguais ( AAA ).

II) Têm lados proporcionais ( LLL ).

III) Têm um ângulo igual compreendido entre os lados proporcionais ( LAL ).

Ou seja, quem tinha três pistas disponíveis, foi bem sucedido se usou um dos três critérios acima. Conclui-se também que, para decidir-se dois triângulos dados são semelhantes, não é necessário comparar as medidas de seus seis elementos ( 3 lados e 3 ângulos ), mas basta efetuar três medidas, especificadas nos critérios I, II e III.

**PARTE 2: PEQUENOS DESAFIOS.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Nenhum.

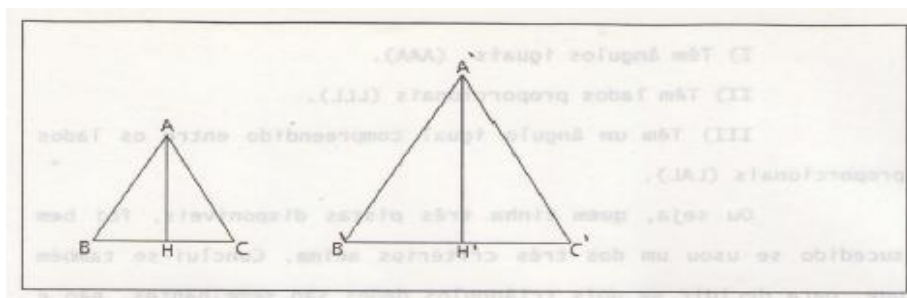
**DESENVOLVIMENTO:**

Coloque na lousa o seguinte problema, para ser resolvido individualmente e, depois, discutidos por grupos de alunos.

Os triângulos ABC e A'B'C' ( figura ) são isósceles e semelhantes. Encontre:

a) o comprimento do lado A'C'.

b) a altura relativa a base BC, do primeiro triângulo e a altura relativa a base B'C', do segundo triângulo.

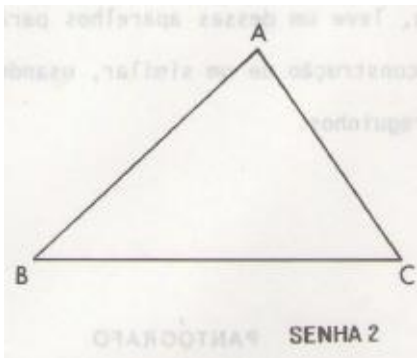
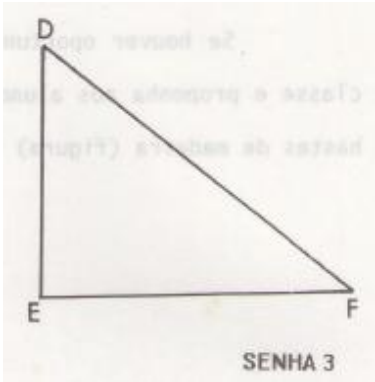
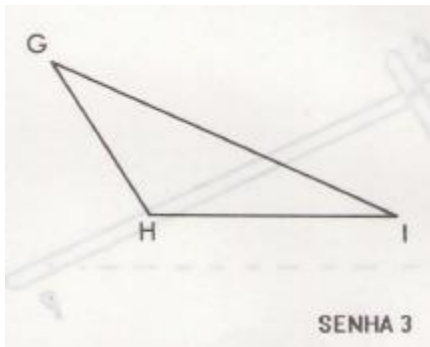
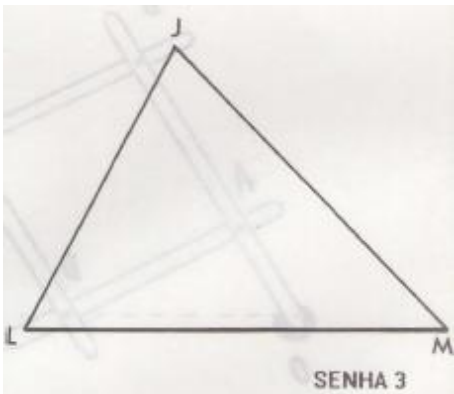
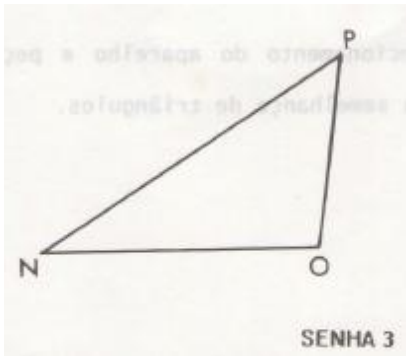
c) a área de cada um dos triângulos.

Os grupos deverão comparar os procedimentos postos em prática para a resolução do problema.

Discutido esse problema, apresente esta lista de questões para debate.

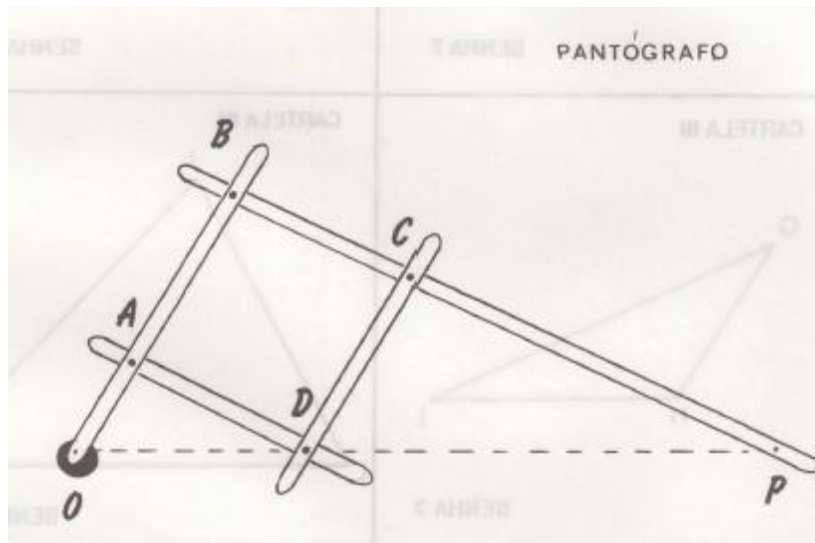
- DOIS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS SÃO SEMPRE SEMELHANTES?
- DOIS TRIÂNGULOS EQUILÁTEROS SÃO SEMPRE SEMELHANTES?
- DOIS TRIÂNGULOS ISÓSCELES TEM UM ÂNGULO DE 40º. ELES PODEM SER SEMELHANTES? EM CASO POSITIVO, EM QUE CONDIÇÕES?
- DOIS TRIÂNGULOS ISÓSCELES TEM A MESMA BASE E OS LADOS IGUAIS DO PRIMEIRO SÃO O DOBRODOS LADOS IGUAIS DO SEGUNDO. ELES SÃO SEMELHANTES?
- DOIS TRIÂNGULOS ISÓSCELES NÃO EQUILÁTEROS SÃO SEMPRE SEMELHANTES?

- Estamos considerando, neste caso, a base como sendo o lado cuja medida é diferente dos outros dois lados de medidas iguais. É bastante comum os livros considerarem como base este lado quando se trata de triângulo isósceles não equilátero, apesar de qualquer lado poder ser tomado como base, evidentemente.

ANEXO 1

CARTELA I
A
B
C
SENHA 2
CARTELA II
D
E
F
SENHA 3
CARTELA III
G
H
I
SENHA 3
CARTELA IV
J
L
M
SENHA 3
CARTELA V
P
N
O
SENHA 3
CARTELAVI
ARTELA VI
Q
R
SENHA 4
S

UMA CURIOSIDADE: O pantógrafo.

Comente com a classe, que existe um aparelho, chamado PANTÓGRAFO que é usado para construir figuras semelhantes.

Se houver oportunidade, leve um desses aparelhos para a classe e proponha aos alunos a construção de um similar, usando 4 hastes de madeira (figura )e,preguinhos.

Discuta com eles o funcionamento do aparelho e peça que relacionem esse funcionamento à semelhança de triângulos.

# ATIVIDADE 7: OPERANDO COM RAÍZES QUADRADAS.

**OBJETIVOS:** Verificar que a soma das raízes quadradas de dois números positivos não é raiz quadrada da soma destes números.
Aplicar em problemas as propriedades da multiplicação e da divisão de raízes quadradas.

## PARTE 1: ADICIONANDO E SUBTRAINDO.

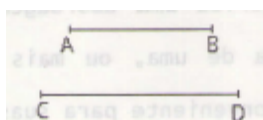
**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-7.

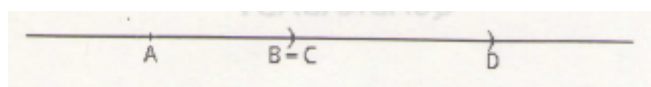
**DESENVOLVIMENTO**:

Para uma abordagem da adição e subtração com radicais, proponha inicialmente a construção, com régua e compasso, da soma e da diferença de dois segmentos dados.

Construção da soma de dois segmentos dados.

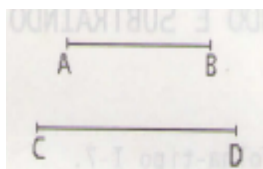
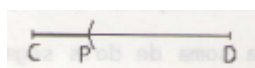
Dados os segmentos AB e CD, construir:

segmentos AB +segmentos CD.

Traçar uma reta, r qualquer. sobre esta reta, transportar os segmentos dados, abrindo o compasso num comprimento igual aos comprimentos dos segmentos e colocando-os um em seguida do outro, como

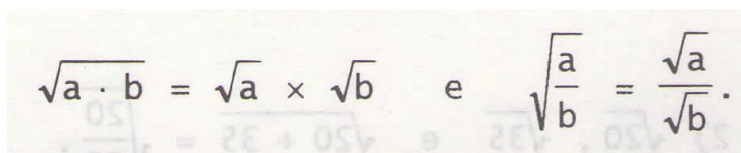
por exemplo,  o segmento AB seguido do segmento CD.

O segmento AD é uma construção pedida.

Construção da diferença de dois segmentos dados.

Dados os segmentos AB e CD,  em que o segmento AB é maior que o segmento CD,  construir:

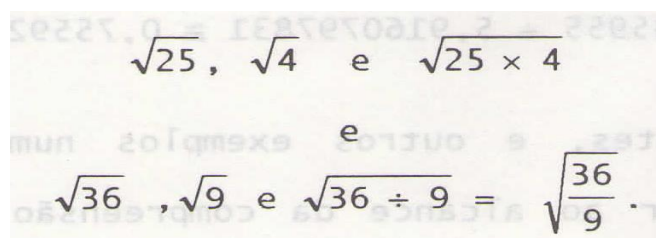
segmento CD – segmento AB.

Coloque a ponta seca do compasso em A e abra-o num comprimento igual ao segmento AB.  Usando esta abertura,  coloque a ponta seca do compasso em D,  ou C e faça um arco à esquerda de D ou à direita de C,  que intercepta o segmento CD no ponto P.  O segmento CP ou PD é a diferença pedida.

Esta abordagem geométrica poderá ser utilizada nas situações propostas na folha-tipo I-7.  Nesta folha-tipo,  além dessa abordagem,  é sugerida uma abordagem algébrica e o uso de calculadoras.  A escolha de uma, ou mais das abordagens fica a cargo do que for mais conveniente para suas classes.

Após este trabalho peça que resolvam as questões propostas na folha-tipo I-7.

**PARTE 2:  MULTIPLICANDO E DIVIDINDO.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo II-7.

**DESENVOLVIMENTO:**

Percebemos a necessidade de trabalhar com raízes quadradas de um produto, ou quociente de dois números não negativos quando, por exemplo, estudamos tópicos de Geometria, tais como áreas, relações métricas de triângulos retângulos, calculamos a média geométrica de dois números não negativos, resolvemos alguns problemas de matemática financeira.

Nos problemas propostos na folha-tipo II-7, a ideia é recorrer às propriedades das raízes quadradas do produto, ou do quociente de dois ou mais números,para calcular raízes quadradas de outros números.

As propriedades citadas no último parágrafo são:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \text{e} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Uma das formas de introduzir essas propriedades é perguntar aos alunos como poderiam estar relacionadas algumas raízes quadradas, como por exemplo:

$$\sqrt{25}, \ \sqrt{4} \ \text{ e } \ \sqrt{25 \times 4}$$

e

$$\sqrt{36}, \ \sqrt{9} \ \text{ e } \ \sqrt{36 \div 9} = \sqrt{\frac{36}{9}}.$$

A partir do cálculo dessas raízes, é desejável que os alunos estabeleçam as seguintes relações:

$\sqrt{25} = 5 \quad \sqrt{4} = 2$ e $\sqrt{25 \times 4} = \sqrt{100} = 10.$

Como $5 \times 2 = 10$, então $\sqrt{25} \times \sqrt{4} = \sqrt{25 \times 4}$.

e

$\sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{9} = 3$ e $\sqrt{36 \div 9} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$

Como $6 \div 3 = 2$, então $\sqrt{36} \div \sqrt{9} = \sqrt{36 \div 9} = \sqrt{\frac{36}{9}}$.

Seria conveniente apresentar exemplos de raízes quadradas não exatas como os que seguem, utilizando calculadoras:

$\sqrt{20} \cong 4{,}472135955$, $\sqrt{35} \cong 5{,}9160797831$

Os resultados obtidos são:

e

$$\sqrt{20 \times 35} = \sqrt{700} \cong 26{,}45751311065$$

$$\sqrt{20} \times \sqrt{35} \cong 4{,}472135955 \times 5{,}9160797831 \cong 26{,}45751311065 \cong \sqrt{20 \times 35}.$$

2) $\sqrt{20}$, $\sqrt{35}$ e $\sqrt{20 \div 35} = \sqrt{\frac{20}{35}}$.

Assim:

$$\sqrt{20 \div 35} = \sqrt{\frac{20}{35}} \cong \sqrt{0{,}5714285714286} \cong 0{,}7559289460185$$

$$\sqrt{20} \div \sqrt{35} \cong 4{,}472135955 \div 5{,}9160797831 \cong 0{,}7559289460185 \cong \sqrt{\frac{20}{35}}.$$

A´[os estes,e outros exemplos numéricos, se achar oportuno, e estiver ao alcance da compreensão de seus alunos, mostre que essas propriedades podem ser generalizadas da seguinte forma.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \text{e} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Para aplicar estas propriedades, distribua uma folha-tipo II-7, para cada aluno.

**COMENTÁRIOS:**

1) Se a e b são números reais não negativos, o números a . b também serão não negativo. Assim, existem as três raízes quadradas: $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$ e $\sqrt{a \cdot b}$ .

Se:

$$\sqrt{a} = x \quad \text{e} \quad \sqrt{b} = y,$$

então,pela definição da raiz quadrada, temos:

$$a = x^2 \quad \text{e} \quad b = y^2$$

Portanto:

$$a \cdot b = x^2 \cdot y^2$$

Mas,

$$x^2 \cdot y^2 = (x \cdot y)^2.$$

Logo:

$$a \cdot b = (x \cdot y)^2$$

ou seja,

$$\sqrt{a \cdot b} = x \cdot y$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

2) se a e b são números reais não negativos, com b diferente de zero, a/b também será não negativo. Assim, existem as três raízes quadradas:

$$\sqrt{a}\ ,\sqrt{b}\ \text{e}\ \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Se:

√ a = x   e √ b= y,

então pela definição da raiz quadrada,  tempos:

$a = x^2$   e $b = y^2$

Portanto:

$$\frac{a}{b} = \frac{x^2}{y^2}$$

Mas,

$$\frac{x^2}{y^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^2$$

logo:

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{x}{y}\right)^2$$

ou seja,

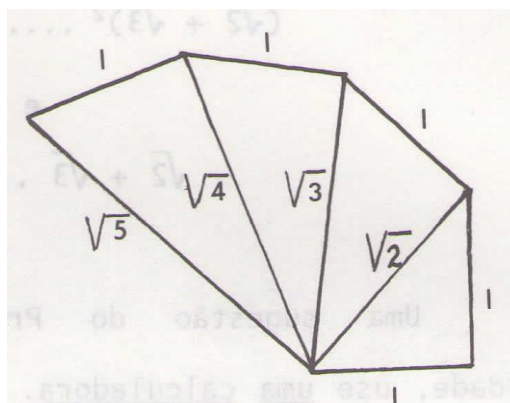
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{x}{y}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Mais uma vez, é importante observar,  que não é necessário a cobrança desta demostração.

**FOLHA-TIPO I-7**

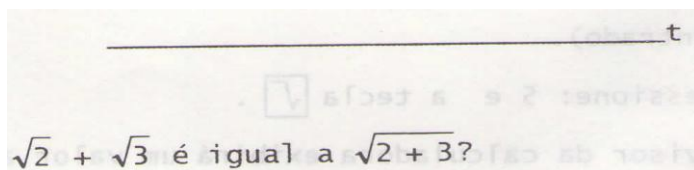
Somando e subtraindo raízes quadradas.

Observe a figura ao lado. Ela é conhecida como a espiral da raiz quadrada. Observe que, a partir de um triângulo retângulo de catetos iguais a 1, pode-se construir $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$.

I) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$ ?

Verifique, geometricamente, somando os comprimentos dos segmentos de medidas $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ sobre a reta r.

$\sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

t

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$ é igual a $\sqrt{2+3}$?

Transporte sobre a reta t, o segmento de medida

Algebricamente podemos mostrar que $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$, a partir do fato que:

$$( a + b )^2 = a^2 + b^2$$

e consequentemente, pela definição de raiz quadrada, temos:

$$a + b \neq \sqrt{a^2 + b^2}.$$

## FOLHA-TIPO I-7

Verifique algebricamente para $a = \sqrt{2}$ e $b = \sqrt{3}$

calcule:

$a^2 = \ldots\ldots$  $b^2 = \ldots\ldots$

Substituindo nas duas últimas desigualdades, complete:

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \ \ldots\ldots \ (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \ \ldots \ \sqrt{.5..}$$

e

Uma sugestão do Prof. Asdrubal: "Em nome da modernidade, use uma calculadora. Alguns passos a serem seguidos são:

1) Pressione 2, a tecla [√], a tecla [+], 3, a tecla [√] e a tecla [=].

2) O visor da calculadora exibirá um valor aproximado para $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

3) Pressione a tecla [M+] (para guardar, na memória, o último valor encontrado).

4) Pressione: 5 e a tecla [√].

5) O visor da calculadora exibirá um valor aproximado para $\sqrt{5}$.

6) Pressione: a tecla [ - ], a tecla [ RM ] e a tecla [ = ]. Você poderá verificar que o resultado não é igual a zero, o que mostra que $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ não é igual a $\sqrt{5}$."

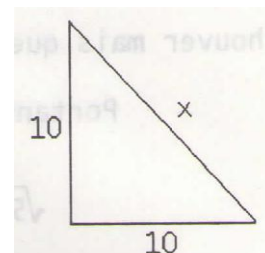
II) Usando a sugestão do Prof. Asdrubal, isto é, usando uma calculadora, verifique se $\sqrt{10} - \sqrt{3} = \sqrt{10 - 3}$?

FOLHA-TIPO II-7

Raiz quadrada de um produto e raiz quadrada de um quociente.

algumas aplicações.

Resolva o problema:

1) Quantos metros de cabo, serão necessários para ligar a ponta de um poste de 10 m de altura, com um ponto situado no chão a 10 m da base do poste? Para encontrar esta medida você pode recorrer a tabela de raiz quadrada.

Você obteve um número que consta da tabela? Como poderia encontrar a raiz obtida, usando a propriedade da raiz quadrada de um produto?

Uma das maneiras que você poderia fazer é escrever:

200 = 100 x 2.

Assim:

$$\sqrt{200} = \sqrt{100.2} = \ldots.\times\ldots.$$

Como $\sqrt{100} = \ldots.$, então temos: $\sqrt{200} = \ldots.\times\sqrt{2}$.

Agora você encontrará na tabela o valor da √2 e poderá obter a medida do cabo.

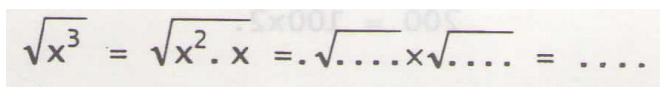
Se você tiver uma calculadora que possui a tecla [ √ ] pressione o número 200, em seguida, a tal tecla, e obterá a medida do cabo de

outra maneira.

2). Aplicando a propriedade do produto dos radicais, você poderá "simplificar" outros radicais. Vejamos alguns exemplos.

**FOLHA-TIPO II-7**

a) $\sqrt{54}$.

Verifique se 54 é divisível por um número quadrado perfeito. Só para lembrar, os primeiros quadrados perfeitos que poderiam dividir exatamente 54 são: 1, 4, 9, 16, 36 e 49. Se houver mais que um desses números, escolha o maior deles.

Portanto:

$\sqrt{54} = \sqrt{9 \times \ldots} = \sqrt{9} \times \sqrt{\ldots.} = \ldots\ldots\ldots$

b) $\sqrt{x^3}$.

Os mesmos procedimentos podem ser aplicados para raízes quadradas de monômios que tem um, ou mais fatores que são quadrados. Neste caso, assumiremos que os radicandos representam números positivos ou nulos,ou seja, estamos supondo $x^3$ um número positivo ou nulo.

$$\sqrt{x^3} = \sqrt{x^2 . x} = .\sqrt{\ldots.} \times \sqrt{\ldots.} = \ldots.$$

3). Qual o número que elevado ao quadrado é quociente de 25 e 81 ?

4) Qual a medida do lado de um quadrado cuja área é $\frac{3}{4}$ $m^2$ ?

5) Qual é o resultado aproximado, até duas casas decimais de

$\sqrt{\dfrac{20}{3}}$ ?

$$\sqrt{\frac{20}{3}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{3}} = \frac{..}{..} = \text{........}$$

Consulte a tabela, para obter os valores das raízes quadradas

**FOLHA-TIPO II-7**

Uma outra maneira de obter este resultado é transformar a fração, que representa o quociente, em uma fração equivalente cujo denominador seja uma quadrado.

$$\frac{20}{3} = \frac{3 \,.\, 20}{3 \,.\, 3} = \frac{60}{9}$$

Assim:

$$\sqrt{\frac{20}{3}} = \sqrt{\frac{60}{9}} = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{9}} = \frac{....}{3} = \text{........}$$

## ATIVIDADE 8: TEOREMA DE TALES.

**OBJETIVOS:** Compreender o Teorema de Tales e aplicá-lo em situação problema.

**PARTE 1: IPIRANGA COM A AVENIDA SÃO JOÃO.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-8.

**DESENVOLVIMENTO:**

Distribua uma folha-tipo I-8 para cada alunos e peça que observem a figura. Comente com a classe que, quando ampliaram ou reduziram uma figura, através de uma homotetia ( como por exemplo o triângulo ABC da figura A), acabaram obtendo, além dos triângulos semelhantes ABC e A'B'C', outros pares de triângulos semelhantes:

HAB e HA'B'
HBC e HB'C'

Como eles já sabem, triângulos semelhantes têm lados

respectivamente homólogos, o que permite estabelecer relações numéricas entre eles. Analise o caso dos triângulos HAB e HA'B', como exemplo.

Dividindo-se cada uma das seguintes medidas:

$$\text{med}(\overline{HA}), \quad \text{med}(\overline{HB}) \quad \text{e} \quad \text{med}(\overline{HC})$$

pelas dos lados correspondentes no triângulo HA'B', isto é:

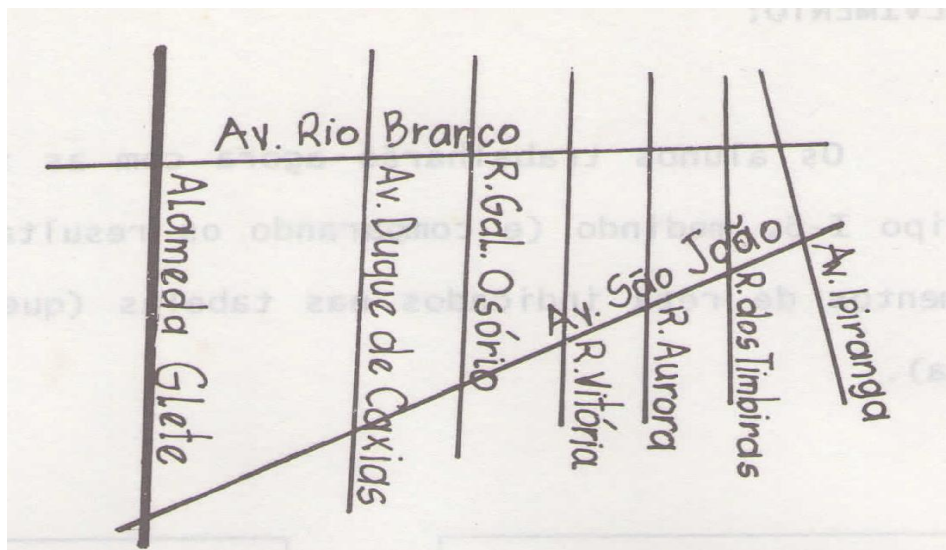
$$\text{med}(\overline{HA}), \quad \text{med}(\overline{HB'}) \quad \text{e} \quad \text{med}(\overline{HC})$$

vamos encontrar sempre o mesmo número. Convide-os a medir e verificar, e fazerem a mesma coisa com os triângulos HBC e HB'C'.

Ainda com relação à figura A, faça com que observem que, ao se fazer a construção para ampliar o triângulo ABC, acabamos desenhando um feixe de paralelas que atravessado por outras retas as quais chamamos de TRANSVERSAIS. Traçados desse tipo são comumente observáveis nos mapas das cidades. A figura B, mostra um trecho do Bairro de Santa Efigênia, a região central da cidade de São Paulo, em que se dá o cruzamento das Avenidas Ipiranga e São João ( que ficou famoso, através da música Sampa ).

Comente que esse desenho foi copiado de um guia da cidade feito na escala 1:15000 cm na realidade ou seja 150 metros. Apenas algumas ruas desse trecho foram escolhidas. A seguir, coloque na lousa, algumas questões para que respondam individualmente e depois discutam em grupo.

- Que ruas são paralelas à Alameda Glete?
- A Avenida Ipiranga pertence a esse feixe de paralelas?
- Quais as duas ruas que são transversais a esse “feixe” de ruas paralelas.

– Quantos metros ( aproximadamente), anda uma pessoa que caminha pela Avenida Rio Branco, da Alameda Glete à rua dos Timbiras?

– Quantos metros anda uma outra pessoa, que caminha pela Avenida São João, da Glete à rua dos Timbiras?
– Quem anda mais, quem fez o percurso pela Rio Branco ou pela São João?
– Se a São João e a Rio Branco fossem paralelas, o que aconteceria em relação à pergunta anterior?
– Se a Ipiranga continuasse cruzando a São João no mesmo ponto, mas fosse paralela à Ruda dos Timbiras, qual seria a distância aproximada, entre ela e a Timbiras, para quem caminhasse pela Rio Branco?

Terminada a discussão das questões acima, proponha a cada

aluno que desenhe um trecho de um mapa de sua cidade ou seu bairro em que ocorra uma situação semelhante: ruas paralelas cortadas por duas transversais.

**PARTE 2: MEDIR E COMPARAR.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-8.

**DESENVOLVIMENTO:**

Os alunos trabalharão agora com as figuras C e D da folha-tipo I-6, medindo (e comparando os resultados das medidas ) os segmentos de reta indicados nas tabelas ( que serão colocadas na lousa ).

| FIGURA C | | | |
|---|---|---|---|
| AB | | AC | |
| BD | | CE | |
| DF | | EG | |
| AD | | AE | |
| AF | | | |

| FIGURA D | | | |
|---|---|---|---|
| HI | | HJ | |
| IL | | JM | |
| MO | | LN | |
| HL | | HM | |
| IN | | JO | |

Pergunte que conclusões eles tiraram a respeito das medidas dos segmentos e depois,peça que estabeleçam relações desse tipo par os segmentos determinados pelo corte das transversais nos feixes de paralelas, representados nas figuras E e F.

Após o comentário desse trabalho, proponha à classe:

- Construir um feixe de 5 retas paralelas, distando 2 cm uma da

outra. A seguir, traçar retas transversais ao feixe de paralelas, com inclinações diferentes. Medir os segmentos e anotar suas observações.

- Construir um feixe de 4 retas paralelas, distando 1 cm, 2 cm, 3 cm, nessa ordem, uma das outras. Desenhar duas transversais, ao feixe de retas paralelas. Medir os segmentos e anotar suas observações.

**PARTE 3: ALGUNS DESAFIOS.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Nenhum.

**DESENVOLVIMENTO:**

Coloque na lousa, os seguintes problemas:

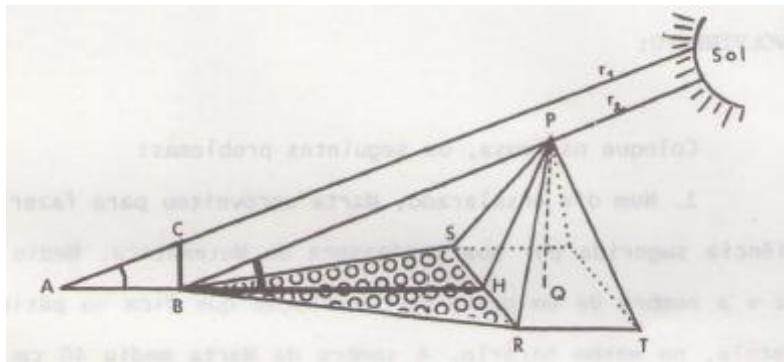
1. Num dia ensolarado,Marta aproveitou para fazer uma experiência sugerida por sua professora de Matemática. Mediu sua sombra e a sombra do poste de iluminação que fica no pátio de sua escola, no mesmo horário. A sombra de Marta mediu 40 cm e a do poste mediu 1,75 cm. Sabendo que Marta tem 1,60 m de altura, qual deve ser a altura do poste em questão?
2. Lá pelos idos de 624 A.C., um grego nascido em Mileto, chamado Tales, fez um desafio ao rei do Egito. Calcularia a altura de uma de suas famosas pirâmides, sem escalar o monumento. Fincando uma estaca no chão, ele ficou esperando o instante em que a sombra da estaca ficasse do mesmo comprimento da estaca.

E então, ele …. e concluiu que ….

( Complete essa antiga história da matemática ! )

Peça que leiam os problemas e encontrem, se possível, uma solução para eles. Dê um tempo para que trabalhem e, depois, discuta os procedimentos adotados.

Depois da discussão dos problemas, particularmente do segundo, em que os alunos deverão concluir que 2 ( em que os alunos deverão concluir que a altura da pirâmide é igual ao comprimento da sombra da pirâmide, mais metade da medida da base, recoloque o problema em debate, agora a seguinte questão:

Tales poderia resolver o problema sem esperar o momento em que a sombra tivesse o mesmo comprimento da estaca?

Após a apresentação das sugestões dos alunos, faça com os alunos, uma síntese do que foi trabalhado.

Por exemplo:

O cateto $\overline{BC}$ do triângulo ABC do desenho representa um bastão cravado perpendicularmente ao solo do ponto B ( que é a sombra do vértices P da Pirâmide ). O cateto do triângulo ABC representa a sombra do bastão nesse momento. O cateto $\overline{PQ}$ do triângulo PQB representa a altura da

pirâmide. O cateto BQ do triângulo do triângulo BQP representa a soma da altura do triângulo BRS ( triângulo da sombra ) com a metade da aresta da base da pirâmide, isto é:

$$med(\overline{BQ}) = med(\overline{BH}) + med(\overline{HQ})$$

Como os raios de Sol chegam à terra aproximadamente paralelos, então:

$$r_1 \;//\; r_2 .$$

As retas $r_1$ e $r_2$ cortadas pela transversal $\overline{AQ}$, nos dão:

$$B\hat{A}C = Q\hat{B}P \quad (1) \quad \text{(ângulos correspondentes).}$$

Como os triângulos ABC e PQB são retângulos em B e Q, respectivamente, então:

$$\hat{B} = \hat{Q} \quad (2).$$

De ( 1) e ( 2) vem: triângulo ABC ( caso AA ). Logo

$$\frac{QP}{BC} = \frac{BQ}{AB} \text{, ou seja: } QP = \frac{BC \times BQ}{AB} .$$

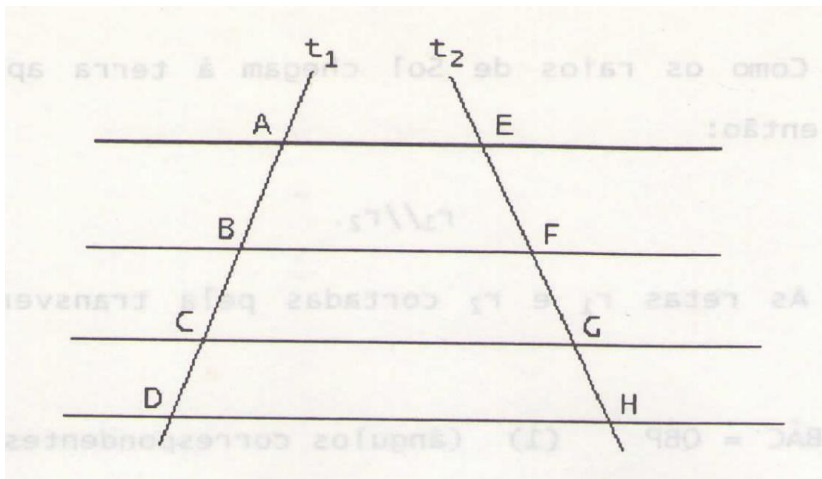
Essa última expressão nos permite concluir que a medida da altura $\overline{QP}$ da pirâmide ( que é inacessível) pode ser determinada, conhecendo-se seguintes distâncias acessíveis:

med ( $\overline{BC}$ ): comprimento do bastão que foi cravado no solo.

med ( $\overline{AB}$ ): comprimento da sombra do bastão, no instante

da experiência.

Med ( $\overline{BQ}$ ): a soma da de uma das arestas da base da pirâmide com a altura do triângulo da sombra projetada pela pirâmide.

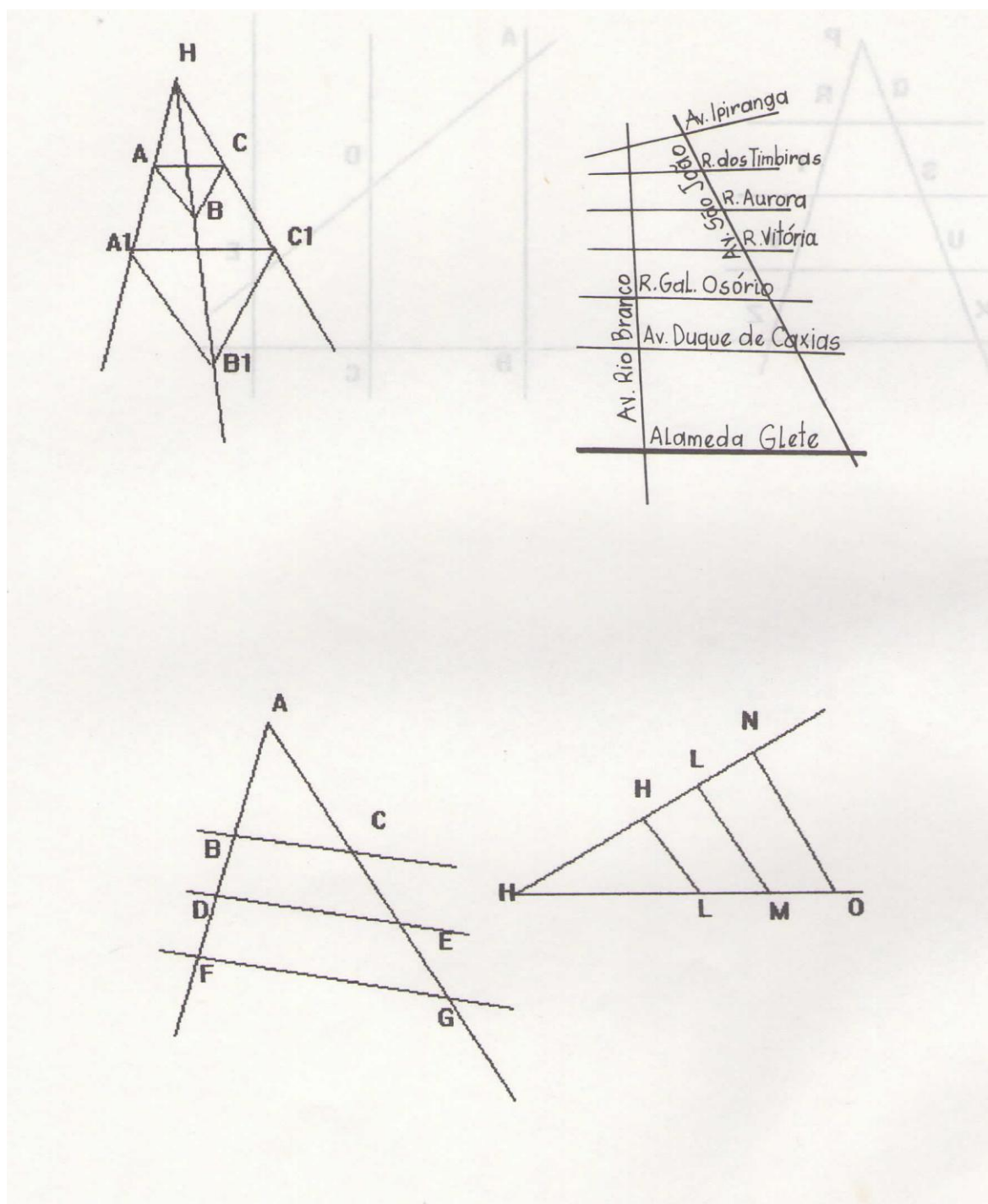
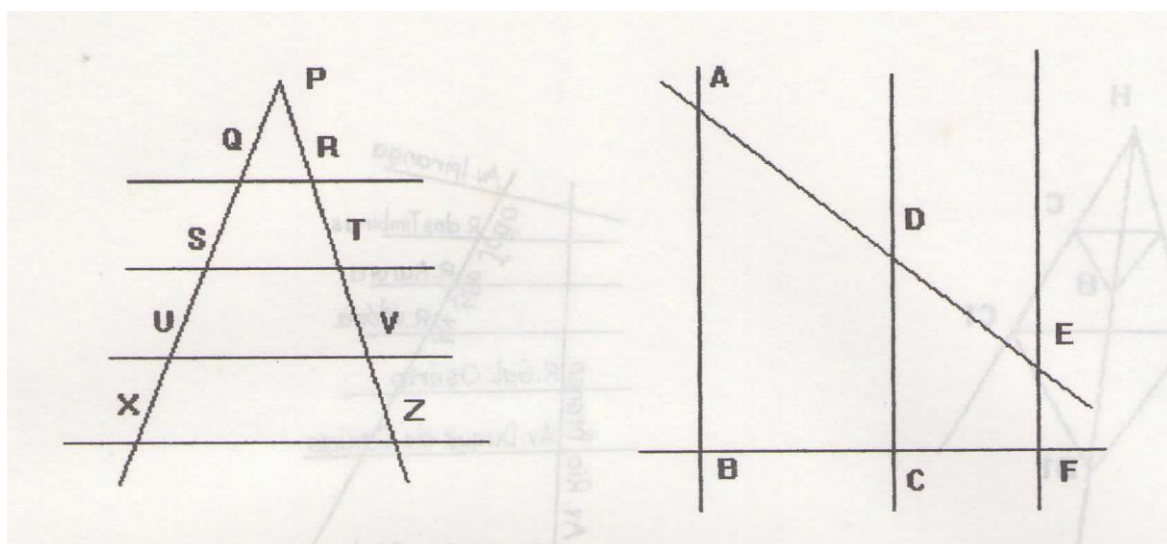
Aproveite também para redigir, com eles o teorema conhecido como Teorema de Tales.

Comentários para o professor:

Aproveite para fazer alguns breves comentários sobre a história da Matemática na época de Tales:

- As condições sociais e econômicas da época.
- As preocupações filosóficas e/ou científicas advindas dessas condições.
- A importância da observação atenta dos movimentos do Sol, da Lua e das estrelas.
- A ligação entre a Astronomia e a Geometria.
- O aparecimento dos primeiros pensadores ( Thales de Mileto, Anaximandro, Anaximenes,  Pitágoras ).
- E as questões fundamentais por eles colocadas.

Se achar conveniente, proponha uma pesquisa a ser feita pelos alunos, indicando bibliografia adequada.

**FOLHA-TIPO I-8**

IPIRANGA COM A AVENIDA SÃO JOÃO.

**FOLHA-TIPO I-8**

## ATIVIDADE 9: ALGUMAS MEDIDAS EM

# ESTATÍSTICA.

**OBJETIVOS:** Distribuir as frequências da variável de uma pesquisa em classe.

Construir e interpretar gráficos como histogramas e polígonos de frequência.

Compreender os conceitos de Mediana e Moda.

## PARTE 1: AGRUPANDO DADOS.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo I-9.

**DESENVOLVIMENTO:**

Proponha à classe a leitura do texto e discussão das questões das folha-tipo I-9 e I-9a em pequenos grupos.

O que se deseja discutir com o aluno é que em pesquisas que envolvem variáveis quantitativas, muitas vezes não é adequado agrupar os dados segundo cada valor assumido pela variável, porque teríamos muitos grupos e a tabela seria praticamente a repetição da lista com os resultados. Nestes casos fazemos a distribuição de frequências por faixa ou classes de valores assumidos pela variável.

Também, desejamos discutir que, ao agrupar os dados em classe, perde-se um pouco da precisão das informações, porém consegue-se um resumo bastante razoável da pesquisa e consequentemente uma melhor compreensão e análise da mesma.

Assim, os alunos provavelmente perceberão que a escolha do número de classes e quais podem ser consideras, também é uma questão de bom senso: se tivermos um número muito grande de classe podemos não

resumir os dados convenientemente ou se o número for bastante reduzido perdemos muita informação.

Evidentemente, não se pode exigir do aluno pleno domínio de todas as ideias trabalhadas nesta atividade. Este é apenas mais um momento para colocá-la em contato, no 1º grau, com a Estatística, uma vez que a sistematização deste assunto será feita posteriormente.

**PARTE 2: O HISTOGRAMA.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo II-9 e III-9.

**DESENVOLVIMENTO:**

Distribua inicialmente a folha-tipo II-9 para cada aluno e peça que completem os traçados dos gráficos iniciados e leiam o texto explicativo sobre histogramas e polígonos de frequências.

Após este trabalho, se você julgar conveniente, proponha aos alunos, a título de exercícios, traças o histograma e o polígono de frequência dos dados de uma pesquisa; tais dados devem ser agrupados em classe para melhor interpretá-los.

Para isto, distribua a folha-tipo III-9 para cada aluno e peça que resolvam o exercício proposto em pequenos grupos. Antes dos alunos construírem os gráficos, analise se o número de classes e a amplitude utilizadas são convenientes.

Uma outra opção de trabalho é sugerir aos alunos que meçam suas alturas, escolham o número de faixas ( classes ) em que os dados serão agrupados e construam o histograma e o polígono de frequência.

**PARTE 3: TRÊS VALORES IMPORTANTES EM ESTATÍSTICA.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo IV-9 e calculadora.

**DESENVOLVIMENTO:**

Antes de distribuir a folha-tipo IV-9 coloque na lousa a situação abaixo para que os alunos discutam em pequenos grupos as quatro questões do problema de D. Felicita.

> Dona Felicita é professora de Matemática de uma escola e na última avaliação individual dos seus alunos de uma de suas classes marcou o tempo que cada um levou para fazer a prova. Os tempos dos 25alunos, em minutos, foram colocados em ordem crescente:
>
> 26, 27, 28, 30, 30, 30, 32, 32, 33, 34, 35, 40, 40,
> 40, 43, 43, 43, 43, 45, 46, 46, 47 e 49.
>
> Dona Felicita quer saber qual é o tempo médio que seus alunos levaram para terminar a prova.
>
> *1. Calcule a média aritmética os 25 tempos*
>
> .
>
> *2. Houve algum aluno que terminou a prova neste tempo médio?*
>
> *3.Analise a sequência acima e diga qual é o tempo que tem maior frequência.*
>
> *4. Os 25 tempos estão dispostos em ordem crescente. Qual é o número que ocupa a posição central na*

Provavelmente surgirão dúvidas,e antes de trabalhar com a classe as dificuldades encontradas, entregue a folha-tipo IV-9 para cada aluno,

onde consta as respostas das questões e um texto explicativo.

Dê um tempo para que os alunos leiam o texto e analise as ideias nele envolvidas. Após este trabalho inicial, cada grupo colocará para o resto da classe as respostas e/ou dúvidas sobre o problema de D. Felicita.

O objetivo desta parte da atividade é apenas introduzir as noções de moda e mediana, como dois valores que, com a média, podem contribuir para se conhecer a tendência central de uma pesquisa.

Para uma maior compreensão desses conceitos pode-se pedir aos alunos que pesquisem situações nas quais uma das três medidas – moda, mediana, ou média – é preferível ás e outras duas.

**PARTE 4: ACHANDO A MÉDIA.**

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folhas-tipo I-9, V-9 e calculadora.

**DESENVOLVIMENTO:**

Proponha à classe que determine a altura média dos 40 alunos que serviram como amostra na pesquisa dos professores Nicolino e Douglas cujos dados constam na folha-tipo I-9.

Provavelmente os alunos colocarão que determinar a média aritmética neste caso é muito trabalhoso, pois existem muitos dados diferentes. Mesmo assim, peça que a determinem para compará-la, depois com o valor

obtido com o processo que normalmente se utiliza em estatística quando os dados estão agrupados em classes.

Para se chegar a este processo trabalhe com seus alunos as seguintes ideias:

- É conveniente aceitar que as frequência se distribuem uniformemente ao longo das classes. Neste caso, o ponto médio da classe é o valor representativo da classe.
- A média aritmética da amostra é calculada usando este ponto médio. Assim, no nosso exemplo, consideraremos que todos os 12 alunos que estão na classe 1,60 ─ 1,70 têm a altura 1,65m pois:

  $$\frac{1{,}60 + 1{,}70}{2} = 1{,}65$$

para efeito do cálculo da altura média.

- A altura média acima calculada, será evidentemente, um valor aproximado, porém o erro na maioria das vezes é relativamente pequeno e pode levar a pena diante da economia de tempo.

Após a discussão desta ideias os alunos calcularão a altura por este processo e em seguida compara-la-ão com a média aritmética real. Assim, provavelmente farão os seguintes que estão após a tabela.

| classe | frequência | média da classe |
|---|---|---|
| 1,50 ─ 1,60 | 4 | 1,55 |
| 1,60 ─ 1,70 | 12 | 1,65 |

| | | |
|---|---|---|
| 1,70 ─ 1,80 | 16 | 1,75 |
| 1,80 ─ 1,90 | 6 | 1,85 |
| 1,90 ─ 2,00 | 2 | 1,95 |

$$\frac{4 \times 1{,}55 + 12 \times 1{,}65 + 16 \times 1{,}75 + 6 \times 1{,}85 + 2 \times 195}{40} = 1{,}725$$

Comparando este resultado com a média real cujo valor é 1,7125m, vemos que a diferença é de 0,0125m ou seja 1,25 cm e podemos calcular a porcentagem do erro em relação a amplitude entre a maior altura e a menor 1,96 -1,50 = 0,46 m = 46 cm.

46 …........................... 1,25 x = 2,72%

100 …......................... x

Após este trabalho proponha os exercícios da folha-tipo V-9.

**PARTE 5: A MENTIRA EM ESTATÍSTICA**.

**MATERIAL NECESSÁRIO:** Folha-tipo VI-9.

DESENVOLVIMENTO:

Distribua a folha-tipo VI-9 para cada aluno e após a leitura individual do texto peça que em pequenos grupos troquem suas impressões, anotando os pontos que julgarem interessantes.

Em seguida, se for necessário,proponha o seguinte roteiro para discussão:

a) O Ministro da fazenda da República dos Dourados tinha alguma intenção em sua entrevista à TV? Qual(is)?

b) Como suas intenções se revelaram no gráfico que apresentou à TV?

c) Qual era o objetivo do Ministro do trabalho em sua declaração à TV?

d) O gráfico que mostrou à TV o ajudou em suas intenções? Por quê?

e) Quais são as semelhanças e diferenças entre os dois gráficos?

Deseja-se que o aluno perceba que apesar dos dois gráficos estarem corretos, eles foram construídos para reforçar os discursos dos ministros: um queria enfatizar as diferenças ocorridas de um ano par outro enquanto o outro não pretendia enfatizá-las.

O Ministro da Fazenda desejava ressaltar que as exportações estavam aumentando muito e por isso seu gráfico começa a partir do 80 ( em milhões de dólares ) e utilizava uma escala conveniente ( para ele ) de modo que fiquem bem visíveis os acréscimos de um ano para outro. Apesar do gráfico estar correto tecnicamente, pode dar a impressão,para as pessoas menos avisadas que em 1.991 ( ano da posse do ministro ), praticamente não houve exportação.

O gráfico do Ministro do Trabalho pretende o oposto do seu colega: não deixar muito visível o aumento dos desempregados. Seu gráfico, no eixo das ordenadas, começa no e ressalta que no ano de sua posse ( 1991 ) o número de trabalhadores sem emprego era enorme e utiliza uma escala muito reduzida ( marca no eixo vertical apenas os múltiplos de 40 ) e pode induzir as pessoas a erros de interpretações

Comente com a classe que um prefeito de uma grande cidade agiu da mesma forma que os Ministros para justificar o aumento excessivo das passagens de ônibus urbanos em sua gestão . Mostrou o gráfico da inflação no período, enfatizando-a com uma escala conveniente; enquanto que o aumento das passagens era mostrada em outra escala cujos aumentos não eram tão perceptíveis.

O que se deseja discutir com o aluno nesta parte da atividade é que se pode mentir com a Estatística, mesmo quando realizada por órgãos sérios. Ao divulgá-las, as pessoas podem manipulá-las omitindo informações, os gráficos podem ser reproduzidos de forma inadequada etc.

Você ainda poderia propor mais as seguintes questões/atividades sobre Estatística:

- Uma estatística nos mostra que o número de acidentes de automóveis quando o motorista tem mais de 21 anos é maior que o número de acidentes com motorista com menos de 21anos. Com estas informações podemos dizer que os jovens dirigem melhor que os adultos com mais de 21 anos.
- Descobrir "estatísticas" publicadas em jornais e revistas que podem induzir pessoas a erro, como por exemplo as que possuem gráficos com escalas inadequadas, as que ignoram frequência relativa etc.

**FOLHA-TIPO I-9**

Agrupando dados.

Nicolino e Douglas são professores de Educação Física de uma escola de 2º grau e desejam formar com seus alunos equipes para a prática de alguns esportes coletivos. Para isto, fizeram uma pesquisa para saber quais eram os esportes preferidos por eles e analisar algumas de suas características físicas como peso e altura.

Como a população a ser pesquisadas era grande – 400 garotos e 336 garotas – resolveram tomar como amostra 10% dos alunos e para compô-la, optaram escolher os meninos cujos números na lista de chamada eram múltiplos de 7 e as meninas cujos números eram múltiplos de 8. Os dados das alturas dos meninos foram assim anotados:

| 1,58 | 1,8 | 1,64 | 1,81 | 1,65 | 1,71 | 1,8 | 1,63 | 1,7 | 1,67 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,74 | 1,64 | 1,5 | 1,71 | 1,67 | 1,74 | 1,73 | 1,82 | 1,94 | 1,96 |
| 1,68 | 1,71 | 1,87 | 1,67 | 1,58 | 1,6 | 1,76 | 1,74 | 1,71 | 1,77 |
| 1,78 | 1,7 | 1,74 | 1,61 | 1,82 | 1,66 | 1,54 | 1,74 | 1,68 | 1,7 |

Qual é a maior altura encontrada? E a menor?

Para fazer o gráfico de colunas, quantas dessas colunas seriam necessárias ser traçadas para indicar todos os dados da pesquisa?

Para apresentar o resultado dessa pesquisa em uma tabela ou através de gráficos ( barras, colunas, setores ) , eles verificaram que não era conveniente agrupar os dados segundo cada valor encontrado devido ao grande número de medidas diferentes obtidas. A tabela seria praticamente a repetição da lista!

## FOLHA-TIPO I-9

Os dois professores agruparam os dados de seus 40 alunos em classes como mostra a tabela abaixo. O simbolo ─ significa que o valor

colocado à esquerda é computado na classe enquanto o valor da direita é incluído na classe seguinte. Por exemplo, os alunos que têm altura 1,70 m são computados na classe 1,70 ─ 1,80enão na classe 1,60 ─ 1,70.

| Altura | Freqüência | Freq. relativa | porcentagem |
|---|---|---|---|
| 1,50⊢──1,60 | 4 | 4÷40 = 0,1 | $0,1 = \frac{10}{100} = 10\%$ |
| 1,60⊢──1,70 | | | |
| 1,70⊢──1,80 | | | |
| 1,80⊢──1,90 | | | |
| 1,90⊢──2,00 | | | |
| TOTAL | | | |

Complete a tabela e discuta com seus colegas de grupo cada uma das seguintes questões:

1. Qual a porcentagem de alunos que têm menos de 1,80m? Qual a porcentagem dos alunos que tem altura igual ou superior a 1,80m?

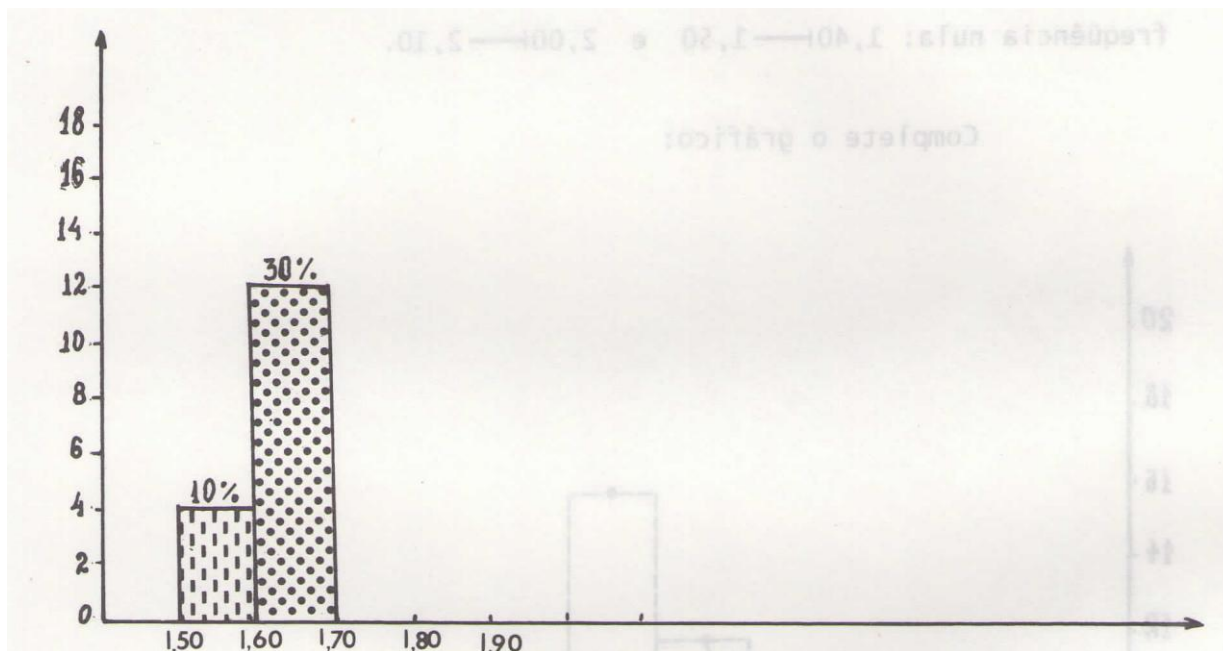
2. Qual a porcentagem de alunos que tem altura superior ou igual a 1,70 m e inferior a 1,90 m?

3. Quais seriam as vantagens e as desvantagens de se agrupar os dados de uma pesquisa em classe?

4. A amplitude ( tamanho ou comprimento ) de cada classe, como pode se observar na tabela é de 10 cm. Em quais aspectos seria mais vantajoso agruparmos os dados desta pesquisa em classes de amplitude 5 cm? Haveria desvantagens na adoção desta amplitude? Quais?

**FOLHA-TIPO II-9**

O Histograma.

1. Complete o gráfico abaixo a respeito das alturas dos alunos dos professores Nicolino e Douglas que foram pesquisados.

Este gráfico de colunas é chamado de histograma e como pode-se observar ele é composto de retângulos traçados lado a lado onde a base é o segmento que une os limites da classe. No histograma a área de cada retângulo deve ser proporcional à frequência.  No nosso exemplo,como todos os retângulos têm bases de mesma medida ( as classes têm a mesma amplitude ) as alturas dos retângulos são proporcionais às frequências.

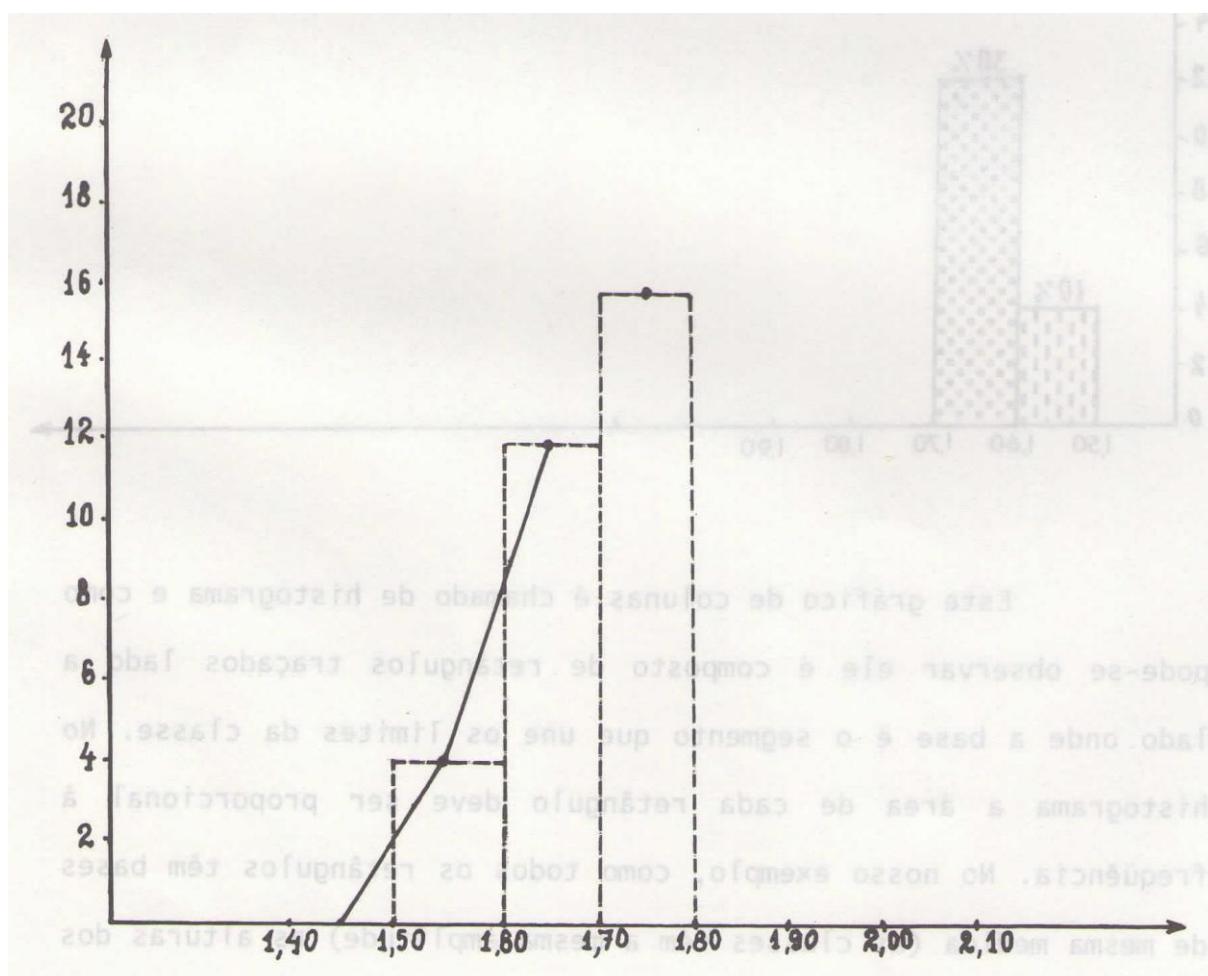
No eixo das abscissas marcamos os limites de classe enquanto que no eixo das ordenadas colocamos as frequências

**FOLHA-TIPO II-9**

Os dados de uma pesquisa,que foram agrupados em classes,

também podem ser representados por um polígono de frequência.  Ele é composto de segmentos de reta consecutivos que ligam os pontos médios das bases superiores dos retângulos componentes do histograma.

O polígono de frequências abaixo esta apenas iniciado. Observe que foram acrescentados ao gráfico duas classes com frequência nula: 1,40 ▬ 1,50  e 2,00 ▬ 2,10.

Complete o gráfico:

**FOLHA-TIPO III-9**

O Histograma.

1. A tabela a seguir indica os pesos em kg dos alunos pesquisados por Douglas e Nicolino.

| 48 | 70 | 58 | 75 | 65 | 60 | 90 | 58 | 70 | 59 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 68 | 68 | 42 | 75 | 57 | 78 | 76 | 74 | 89 | 86 |
| 55 | 71 | 85 | 55 | 68 | 48 | 73 | 70 | 66 | 72 |
| 74 | 59 | 74 | 49 | 88 | 64 | 44 | 68 | 54 | 80 |

a) Qual o maior peso encontrado? E o menor?

b) Distribua os dados da lista em5 classes de mesma amplitude.

c) Faça a representação da distribuição de frequências usando um histograma e um polígono de frequências para a distribuição dos dados da lista em 5classes.

2. Os salários em dólares de vinte funcionários de uma firma são:

| $ 260 | $ 370 | $ 530 | $ 420 | $ 250 |
|---|---|---|---|---|
| $ 500 | $ 280 | $ 410 | $ 390 | $ 510 |
| $ 290 | $ 330 | $ 570 | $ 370 | $ 490 |
| $ 450 | $ 250 | $ 460 | $ 300 | $ 280 |

Agrupe dos dados da tabela em um número de classes que você julgar conveniente de modo que as classes tenham a mesma amplitude. Represente a distribuição das frequências através de um histograma e de um polígono de frequências.

**FOLHA-TIPO IV-9**

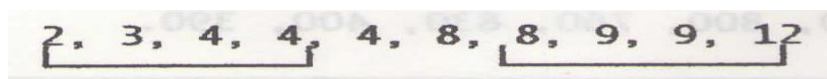
Três medidas importantes em estatísticas.

Dona Felicita é professora de Matemática de uma escola e na última avaliação individual de uma de suas classes marcou o tempo que cada aluno levou para fazer a prova. Os tempos dos 25 alunos, em minutos, foram colocados em ordem crescente:

26, 27, 28, 30, 30, 30, 32, 32, 33, 34, 35, 40, 40,
40, 43, 43, 43, 43, 43, 45, 45, 46, 46, 47 e 49.

Dona Felicita quer saber qual foio tempo médio que seus alunos levaram para terminar a prova e para isto ela calculou a média aritmética dos 25 tempos.

1. *Calcule a média aritmética dos 25 tempos.*
2. *Houve algum aluno que terminou a prova neste tempo médio?*
3. *Analise a sequência acima e diga qual é o tempo que tem maior frequência.*
4. *Os 25 tempos estão dispostos em ordem crescente. Qual é o número que ocupa a posição central da sequência?*

A média obtida foi 38 min. E este valor significa que,em média, os alunos levaram 38 min. Para concluírem a prova. Não houve, entretanto, nenhum aluno que realmente terminou a prova neste tempo! Aqui, a média aritmética não diz muito, não é dado tão expressivo.

Você já eve ter visto em outras situações a importância da média aritmética, porém ela sozinha, em alguns casos, é insatisfatória para conhecer a tendência central da pesquisa ou seja conhecer a tendência da maioria

A moda e a Mediana são duas outras medidas que com a Média podem nos auxiliar a formar um retrato mais fiel de uma pesquisa.

A questão 3 tem como resposta o número 43 e dizemos que ele é a **Moda** da pesquisa. **Moda** de uma distribuição é o valor observado com maior frequência. Uma distribuição pode ter mais de uma moda ou simplesmente não ter moda.

Dona Felicita observou os 25 valores colocados em ordem crescente e verificou que o valor que ocupa a posição central – a 13ª posição – é o 40. Na verdade, a 4ª questão da folha indaga sobre o valor da **Mediana** e que corresponde, como vimos, a 40min.

A **Mediana** de uma distribuição é o valor que ocupa a posição central entre os valores observados, quando estes são colocados em ordem crescente ou em ordem decrescente. Quando o número de observações de uma pesquisa for par a mediana será a média aritmética das duas observações centrais. Assim a media da sequência:

2, 3, 4, 4, 4, 8, 8, 9, 9, 12

é o número 6 pois na 5ª posição temos o número 4 e na 6ª o número 8. Assim:

$$\frac{4 + 8}{2} = 6.$$

Dessas três medidas – média, moda e mediana - qual (is) você acha julga que é ( são ) mais adequada (s) para indicar a tendência central da pesquisa de dona Felicita?

FOLHA-TIPO V-9

Mais Pesquisas.

1) A lista abaixo indica a idade dos funcionários de uma pequena firma:

16, 18, 18, 23, 24, 26, 26, 26, 30, 30, 36, 36, 36, 40, 44 e 46.

Determine a média, a moda e a mediana das idades dos funcionários desta firma.

2) Os dados a seguir são os salários em reais de 100 médicos entrevistados em uma pesquisa:

300, 630, 370, 740, 400, 720, 510, 650, 580, 540, 450, 770, 730,
620, 680, 380, 590, 680, 820, 770, 600, 630, 680, 750, 450, 450,
530, 560, 730, 760, 340, 780, 790, 700, 640, 550, 680, 330, 320,
910, 670, 490, 330, 470, 770, 650, 370, 930, 470, 690, 790, 940,
970, 410, 540, 480, 530, 520, 360, 590, 420, 500, 600, 730, 980,
750, 850, 490, 660, 590, 370, 370, 860, 590, 500, 610, 690, 870,
930, 840, 500, 580, 670, 670, 820, 480, 330, 700, 570, 820, 930,
640, 630, 940, 910, 800, 760, 830, 400, 390.

Analise os dados desta tabela e responda:

a) Você acha que os dados poderiam ser bem agrupados em 7 classes para resumirmos convenientemente os dados desta pesquisa?

b) Qual deveria ser a amplitude de cada classe?

c) Qual é o salário médio?

FOLHA-TIPO V-9

d) Resuma os dados em quatro classes e calcule o salário médio.

e) Determine a moda ( se existir ) dos salários.

f) Determine a mediana dos salários.

g) Para indicar a tendência central da pesquisa qual(is) da(s) três medidas – moda, mediana e média – você julga mais adequada(s)?

h) Construir o histograma e o polígono de frequências para os dados agrupados em 7 classes.

3) Você e seus colegas poderiam coletar dados de suas respectivas famílias sobre a renda familiar e elaborar um histograma e polígono de frequência para estes dados, indicando, inclusive, a renda média das famílias dos alunos de sua classe.

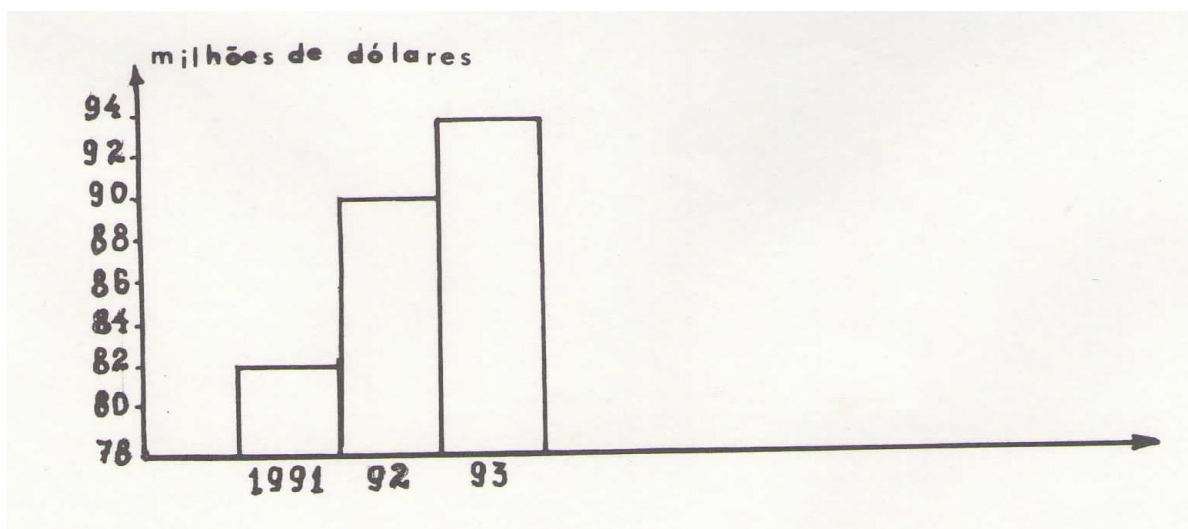
**FOLHA-TIPO VI-9**

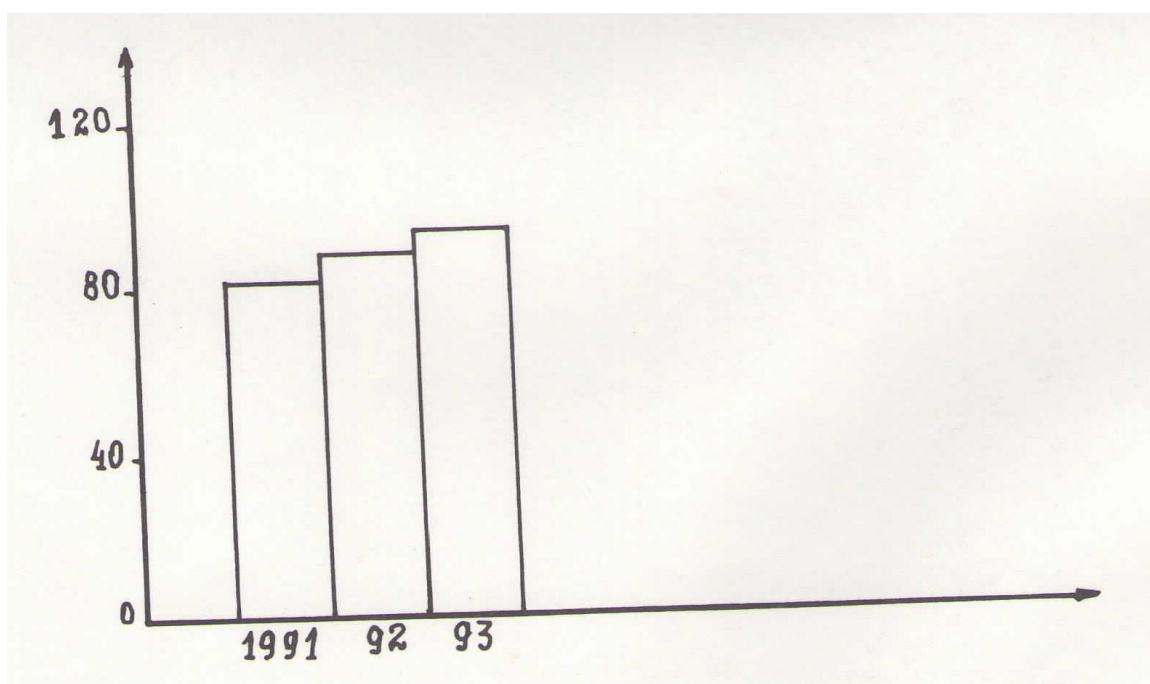
A Mentira em Estatística.

A história que você vai ler e discutir com seus colegas e anotar incoerências é fictícia. Ela narra alguns acontecimentos políticos em um país imaginário, a Republica dos Dourados, e qualquer semelhança com algum país que você conhece terá sido mera coincidência!

O Ministro da Fazenda de um pequeno país, a República dos Dourados, apareceu eufórico na TV dizendo que a economia do país estava indo muito bem e que as exportações estavam crescendo muito ao contrário do que afirmavam seus adversários políticos.

Argumentou que em 1.991. ano de sua posse no ministério, as exportações estavam na casa de 82milhões de dólares e após um ano elas subiram e chegaram aos 90 milhões e em 1.993 elas atingiram a marca fantástica ( segundo ele ) de 94 milhões. Para ilustrar estes dados mostrou o seguinte gráfico:

**FOLHA-TIPO VI-9**

Na mesma semana, muito preocupado com as greves do país por melhores salários e protestos pelo alto índice de desemprego o Ministro do Trabalho da República dos Dourados vai à TV e afirma que já estão sendo tomadas providências e que números de desempregados, apesar de grande não aumentou muito na sua gestão.

Declara que em 1.991, quando assumiu a pasta havia 82000 trabalhadores sem emprego e que no ano seguinte este número aumentou um pouco e atingiu 90000, "afinal temos uma grande crise no país", foram suas palavras. Em 1.993 os desempregados somavam 94000. O gráfico que ele mostrou foio seguinte:

# BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ASOCIACION DE MAESTRO ROSA SENSAT. **Didactica de los números enteros**. Madri: Editorial Nuestra Cultura, 1980.

BOLD. Brian. **Atividades matemáticas**. Tradução por Leonor Moreira. Lisboa: Gradiva Publicação, 1991. (Coleção Prazer da Matemática).

BOYER, Carl B. **Cálculo**. Tradução por Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1992, (Tópicos de História de Matemática).

__________ . **História da matemática**. Tradução por Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher/UNESP, 1974.

CARACA, B. de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Brás Monteiro, 1975.

CARRAHER, Terezinha Nunes. (Org**.). Aprender pensando**: contribuições da psicologia cognitiva para a educação. Recife: Secretaria da Educação do Estado de Pernambuco?UFP, 1983.

CASTELNUOVO, Emma. **Didática dela matemática moderna**. Tradução por Felipe Robledo Vázques. México: [s.n.], 1973.

__________. **Figure e fórmule**. Itália. La Nuova Itália, 1989.

DANTIZIG, Tobias. **Número: a linguagem da ciência**. Tradução por Sérgio Goes de Paula. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

D'AUGUSTINE, Charles H. **Métodos modernos para o ensino da matemática**. Tradução por Maria Lúcia F.E.Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1984.

DAVIS, Philip., HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

EVANS, I.O. **O planeta terra**. Tradução por Helena T.Katz. São Paulo: Melhoramentos, [ 19 _ _ ]. (Prisma).

EVES, Howard**. Geometria**. São Paulo: Atual, 1992. ( Coleção História da Matemática).

GUELLI, Oscar. **Dando corda na trigonometria**. São Paulo: Ática, 1993. ( Coleção Contando a História da Matemática para uso em sala de aula).

IMENES, JAKUBO E LELIS. **Números negativos**. São Paulo: Atual, 1993. ( Coleção Pra que serve a Matemática).

IMENES, Luiz Márcio. **Descobrindo o teorema de Pitágoras**. São Paulo: Scipione, 1987. ( Coleção Vivendo a Matemática)

KAMII, Constance. **A criança e o número**. Capinas: Papirus, 1984.

KARLSON, Paul. **A magia dos números**. Campinas: Papirus, 1984.

MONTEIRO, Luis Henrique Jacy. **Elementos de álgebra**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1969.

MUNÉ, José Junqueira. **Didática Del cálculo**. Barcelona: Editorial Labor, 1969.

NICOLSON, Iain. **Astronomia**. Tradução por Geraldo Galvão Ferraz. São Paulo: Melhoramentos, [ 19 _ _]. (Prisma).

MACHADO, Nilson José. **Medindo comprimento**. São Paulo: Scipione, 1987. (Coleção Vivendo a Matemática).

NIVEN, Ivan. **Números: racionais e irracionais**. Rio de Janeiro: SBM, 1984.

PENTEADO, José de Arruda. **Curso de Desenho**. São Paulo: Nacional, 1973.

PÉREZ, Julia Centeno. Números decimais. Por que? Para que? Madrid: Editorial Sintesis. 1988.

RÁDICE, Lúcio L. **A matemática de Pitágoras a Newton**. Tradução por Barbara Martins Costa. Lisboa: Edição 70, 1971.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. São Paulo, Sociedade Brasileira Semestral. Caixa Postal, 20570, CEP 01498.

SÂO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta curricular para o ensino da matemática: 1 0186 grau. São Paulo: SE?CENP, 1988.

______. Atividades Matemáticas: ciclo básico. 3. Ed. São Paulo: SE/CENP, 1991. V.1.

______. Atividades matemáticas: ciclo básico. 5. Ed. São Paulo: SE/CENP, 1991. V.2.

______. Atividades matemáticas: 3ª série do 1º grau. 4.ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

______. Atividades matemáticas: 4ª série do 1º grau. 2.ed. São Paulo SE/CENP, 1990.

______. Proposta curricular para o ensino de geografia: 1º grau. São Paulo: SE/CENP, 1991.

______. Proposta curricular par o ensino de matemática: 2º grau. São Paulo. SE/CENP, 1990.

______. Proposta curricular de matemática para a habilitação específica do magistério. São Paulo: SE/CENP, 1990.

______. Matemática – 1º grau: 5ª a 8ª série. São Paulo: SE/CENP, 1992. (Prátic Pedagógica).

SOLOMON, Charles. Matemática. Tradução por Maria Pia Brito Charlier. São Paulo: Melhoramentos,
[ 19 _ _ ]. (Prisma).

VYGOTSKY, Lev S. Pensamento e linguagem. Tradução por M. Resende. Lisboa: Ed. Antídoto, 1973.

WAGNER, Eduardo. Construções geométricas. São Paulo: SBM, 1993. (Coleção do Professor de Matemática).